

Spigolature astronomiche*

A cura di Annibale D'Ercole

INAF · Osservatorio Astronomico di Bologna

Le fasi dei pianeti

Claudio Elidoro

TRA i fenomeni celesti conosciuti e attentamente seguiti fin dall'antichità vi è senza dubbio il mutare dell'aspetto della Luna. Il suo incessante e regolare ripetersi fece sì che il susseguirsi delle fasi lunari divenne un indicatore molto gettonato dello scorrere del tempo. La prima spiegazione corretta del fenomeno è generalmente attribuita a Parmenide che intuì come la causa fosse attribuibile alle reciproche posizioni tra Sole, Terra e Luna e ai giochi di luce che ne derivavano. Ma quegli stessi giochi di luce che ci mostrano le fasi lunari si verificano anche per i pianeti? Quasi impossibile rispondere alla domanda senza poter ricorrere all'aiuto di strumenti ottici.

È vero che più d'una persona ha affermato di riuscire a distinguere la falce di Venere, ma la questione è da sempre molto dibattuta. Si racconta, per esempio, che l'illustre matematico tedesco Carl Friedrich Gauss, sentendo dire da sua madre che riusciva a distinguere la falce di Venere a occhio nudo, volle provare a fargliela osservare con un cannocchiale che invertiva l'immagine e a quel punto si sentì chiedere come mai lo strumento la mostrasse con la gobba al contrario. Anche in alcune tavolette cuneiformi si incontra la descrizione di Ishtar (il nome di Venere presso i babilonesi) "con le corna", ma non è ben chiaro se si tratti di un dato osservativo o piuttosto, il che è molto più accreditato presso storici e filologi, di un simbolo di divinità.

Con l'avvento del telescopio il verificarsi delle fasi anche per Venere divenne un dato osservativo alla portata di tutti. Il primo a prenderne nota fu Galileo Galilei che, nel 1610, si rese conto che qualcosa non tornava nei cambi d'aspetto che il pianeta mostrava nel corso del tempo. Nel dicembre di quell'anno, dunque, il pisano si decise a rendere pubbliche le sue osservazioni e lo fece con una lettera a Giuliano de' Medici, allora ambasciatore a Praga, nella quale inserì un anagramma in latino promettendo che ne avrebbe svelata la soluzione al momento opportuno.

La misteriosa frase di Galileo recitava:

Haec immatura a me iam frustra leguntur o.y.

che significa "queste cose sono ancora inutilmente troppo giovani perché io le possa leggere". All'inizio del 1611, quando Venere cominciò nuovamente a mostrare la fase crescente, Galileo si decise a svelare che la frase nascosta nel suo anagramma era:

Cynthiae figuras aemulatur mater amorum

che significa "la Madre dell'amore copia le forme di Cyntia". In altre parole: Venere (la Madre dell'amore) presenta tutte le fasi che si possono osservare nella Luna (Cyntia) (FIG. 1). Galileo era ben consapevole che un simile comportamento era possibile

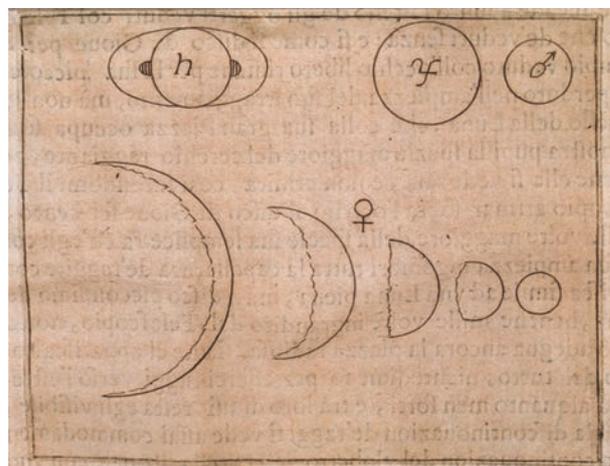


FIG. 1. GALILEO GALILEI, *Il saggiatore*, Roma, 1623; Nell'incisione che presenta i pianeti come apparivano al cannocchiale, si nota Venere con la presenza del ciclo completo delle fasi, compatibili con la rivoluzione del pianeta intorno al Sole e quindi solo con i sistemi copernicano e ticonico e non con quello aristotelico-tolemaico.

* Questa rubrica si propone di presentare in modo sintetico e, per quanto possibile, autoconsistente argomenti che stanno alla base della conoscenza astronomica, spesso trascurati nella letteratura divulgativa, in quanto ritenuti di conoscenza generale oppure troppo difficili o troppo noiosi da presentare ad un pubblico non specialistico. Questi "fondamenti di astronomia", volutamente trattati in uno spazio limitato, possono essere letti a due livelli; eventuali approfondimenti per i lettori che desiderino ampliare la conoscenza dell'argomento vengono esposti in carattere corsivo e incorniciati. Si suggerisce questa rubrica, quindi, a studenti dei vari tipi e livelli di scuole. Le *Spigolature astronomiche* si possono trovare anche in rete, nel sito Web del «Giornale di Astronomia», www.bo.astro.it/sait/giornale.html.

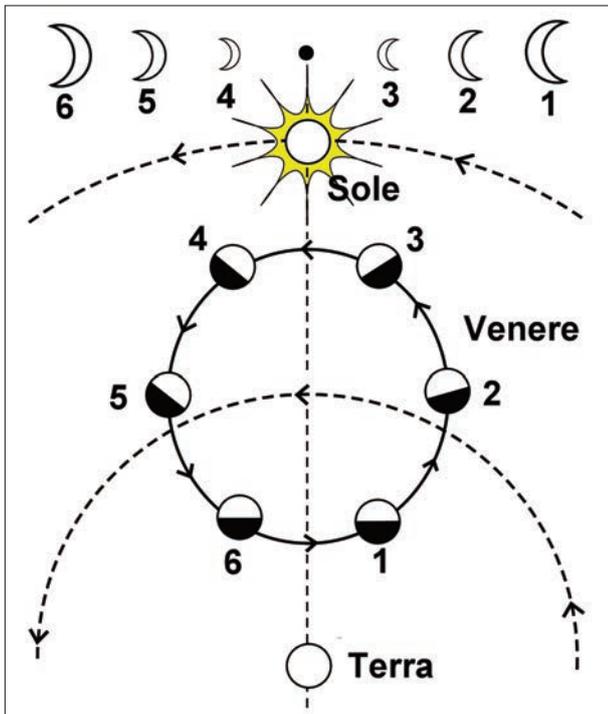


FIG. 2. Seguendo il modello planetario di Tolomeo, il pianeta Venere non avrebbe mai potuto mostrare un susseguirsi di fasi come la Luna, ma si sarebbe presentato sempre come una falce. Ben diversa la realtà, illustrata dai precisi disegni di Galileo che mostravano come il pianeta mutasse da una sottilissima falce fino a un disco quasi interamente illuminato.

solamente se si ipotizza per Venere un'orbita intorno al Sole e non, come previsto dal modello di Tolomeo, intorno alla Terra (FIG. 2). Le osservazioni di Galileo, insomma, davano una prova inconfutabile della bontà del sistema di Copernico.

Appurato che per Venere (e anche per Mercurio) la non osservabilità delle fasi può essere imputata unicamente alla strumentazione impiegata, ci resta da chiarire se i restanti pianeti – quelli indicati con il termine di *pianeti esterni* – presentino oppure no il fenomeno delle fasi.

Anche in questo caso la risposta è affermativa, ma occorre accompagnare tale risposta con alcune considerazioni. Anzitutto è necessario chiamare in causa le configurazioni geometriche Terra-Sole-pianeta che si possono incontrare con i pianeti esterni e che, di fatto, non permettono che si possa verificare quella situazione così estrema che porta a osservare soltanto una falce del pianeta illuminata. È la geometria dell'evento, insomma, che ci impedisce di osservare una falce di Marte oppure di Giove (FIG. 3).

La stessa geometria, però, conferma che anche per i pianeti esterni si possa assistere a qualcosa di molto simile al fenomeno delle fasi, con il disco planetario che non è costantemente illuminato in tutta la sua interezza. Come avremo modo di analiz-

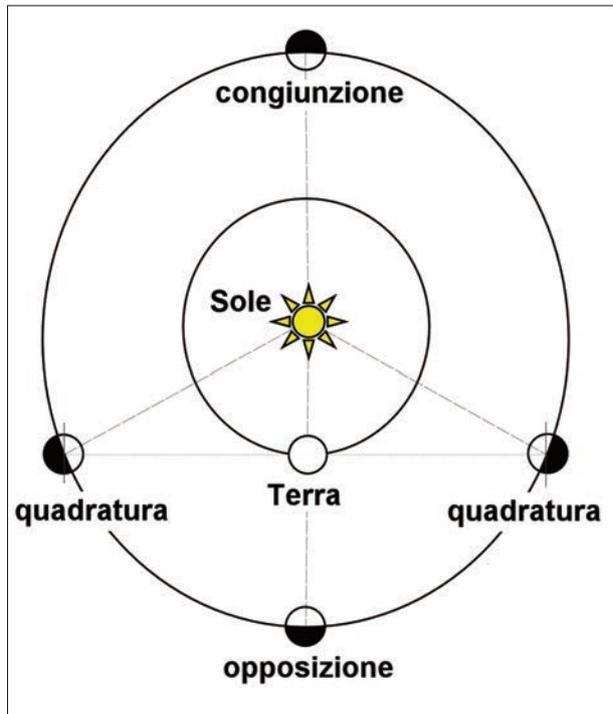


FIG. 3. La geometria dei "giochi di luce" che portano alle fasi dei pianeti esterni esclude la possibilità di una fase falciforme, ma indica comunque che la superficie del pianeta non è sempre illuminata in tutta la sua interezza. La situazione che più si discosta dal disco "pieno", tipico dell'opposizione, è quella con il pianeta in quadratura. (Nota: il disegno è puramente indicativo e non sono dunque rispettate misure e proporzioni.)

zare nel livello avanzato, però, ben difficilmente potremo apprezzare tale fenomeno. Questa volta sono le sempre più ridotte dimensioni che esso assume man mano ci allontaniamo dalla Terra a renderlo appena percettibile solamente per Marte e assolutamente non rilevabile per gli altri pianeti. Una circostanza che si può rilevare nelle immagini del pianeta rosso catturate dagli astrofotografi, che mostrano talvolta come il suo disco non si presenti perfettamente circolare.

Dal punto di vista astronomico la fase di un pianeta è il rapporto tra l'area illuminata e la superficie totale del suo disco e il suo valore va da 0 (disco completamente oscurato) a 1 (disco completamente illuminato). La parte illuminata è strettamente legata all'angolo sotto il quale dal pianeta è sottesa la distanza Terra-Sole e quando tale angolo diventa zero (per esempio con il pianeta in opposizione) la fase assume il valore 1. Questo angolo, però, diventa sempre più piccolo man mano ci si allontana dalla Terra ed è dunque facile comprendere come mai, nelle condizioni geometriche più favorevoli perché si possa osservare la fase, per Marte essa assuma il valore di 0,87 mentre per Giove valga 0,989. Scordiamoci proprio, pertanto, di riuscire ad apprezzare che al disco del pianeta gigante manchi un minuscolo spicchio.

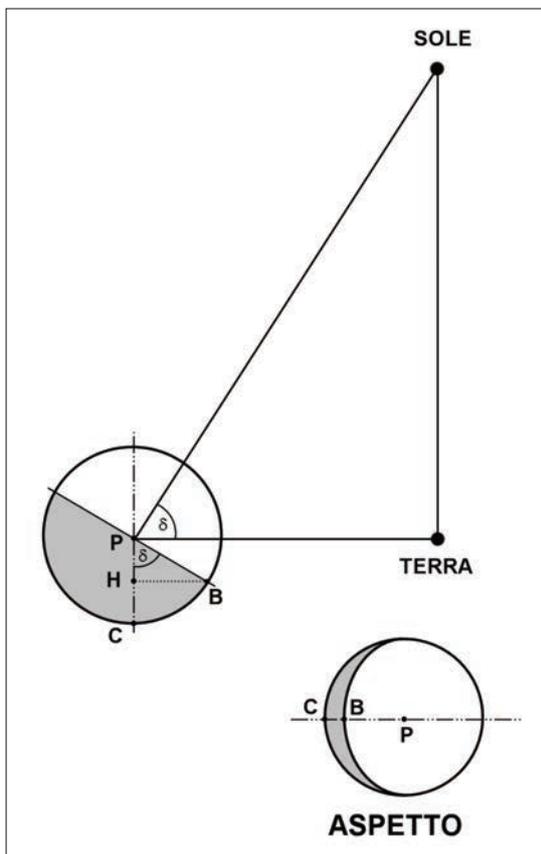


FIG. 4. Geometria dell'illuminazione del disco planetario e conseguente aspetto osservato dalla Terra. La situazione corrisponde a un ipotetico pianeta esterno in quadratura. (Nota: il disegno è puramente indicativo e non sono dunque rispettate misure e proporzioni.)

Volendo affrontare in modo quantitativo l'analisi della fase planetaria, partiamo da alcune considerazioni geometriche connesse con l'illuminazione del disco planetario e la sua osservazione da Terra. In questa analisi, per complicarci la vita il meno possibile, immagineremo inoltre che le orbite planetarie siano circolari e non ellittiche. Analizziamo dunque la FIG. 4:

La situazione raffigura un pianeta esterno in quadratura (l'angolo ε , che sottende la distanza Sole-pianeta, è retto) e l'angolo δ è l'elongazione della Terra vista dal pianeta, vale a dire l'angolo sotto il quale dal pianeta si vede il raggio dell'orbita terrestre. In cielo il pianeta non mostrerà il disco completamente illuminato, ma vi sarà un terminatore a separare la zona illuminata da quella buia. La forma del terminatore, essendo la proiezione di un semicerchio, sarà ellittica.

L'analisi del triangolo rettangolo PHB suggerisce che

$$PH = r \cos \delta,$$

in cui abbiamo indicato con r il raggio del pianeta.

Possiamo osservare che la parte illuminata (A) del disco del pianeta è formata da un semicerchio e

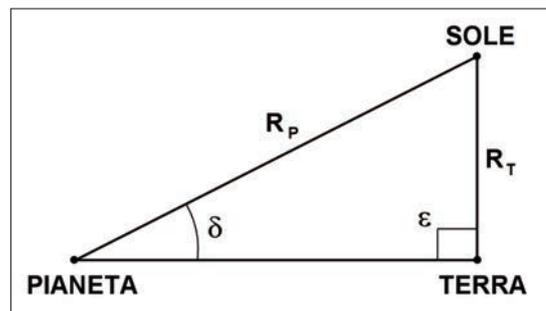


FIG. 5. Se del triangolo rettangolo (stante la quadratura, l'angolo ε vale 90°) conosciamo la distanza Sole-Terra e la distanza Sole-pianeta (per semplificare abbiamo ipotizzato orbite circolari e non ellittiche), possiamo ottenere una valutazione dell'angolo δ , che altro non è che l'elongazione della Terra osservata dal pianeta.

da una semiellisse il cui semiasse maggiore è uguale al raggio del pianeta e quello minore è proprio PH. Abbiamo cioè:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r \cdot PH}{2} = \\ &= \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r \cdot r \cos \delta}{2} = \frac{\pi r^2 (1 + \cos \delta)}{2} \end{aligned}$$

Poiché la fase (φ) viene definita come il rapporto tra la parte illuminata e la superficie totale del disco, possiamo concludere che

$$\varphi = \frac{\pi r^2 (1 + \cos \delta)}{2\pi r^2} = \frac{1 + \cos \delta}{2}$$

Espressione che ci mostra come la fase di un pianeta sia strettamente legata all'angolo δ . Per ottenere, come ci siamo proposti, valutazioni quantitative per i pianeti in configurazione di quadratura è dunque necessario giungere a una valutazione attendibile dell'angolo δ . Lo facciamo schematizzando la situazione con il triangolo in FIG. 5.

Notiamo che si tratta di un triangolo rettangolo nel quale un cateto è il raggio dell'orbita terrestre (R_T), l'altro cateto la distanza Terra-pianeta e l'ipotenusa è il raggio dell'orbita del pianeta (R_P).

Poiché per tale triangolo vale la relazione $R_T = R_P \sin \delta$, ne viene che

$$\delta = \arcsin (R_T / R_P)$$

L'angolo δ , come si poteva sospettare, dipende dunque dal rapporto tra le dimensioni dell'orbita della Terra e di quella del pianeta. Se decidiamo poi di esprimere le dimensioni delle orbite planetarie in Unità Astronomiche, giungiamo a una comoda semplificazione in cui

$$\delta = \arcsin (1 / R_{P(UA)}).$$

A questo punto non ci resta che utilizzare le relazioni che abbiamo ricavato per valutare la fase dei pianeti, valutazioni che riassumiamo nella seguente tabella:

<i>Pianeta</i>	R_p (UA)	δ	φ
Marte	1,52	41°	0,877
Giove	5,20	12°	0,989
Saturno	9,54	6°	0,997
Urano	19,2	3°	0,9993
Nettuno	30,1	2°	0,9997

Come il lettore ha modo di vedere, tranne che per il caso già segnalato di Marte, diventa davvero un'impresa disperata apprezzare quanto l'aspetto del pianeta che si sta osservando si discosti dal disco pienamente illuminato. Riteniamo che la situazione sia talmente chiara che non ci sia neppure bisogno di chiamare in causa le davvero ridotte dimensioni angolari dei dischi planetari.

Claudio Elidoro si è laureato in Astronomia presso l'Università di Bologna con una tesi riguardante i Corpi minori del Sistema solare e si è diplomato al Master in Comunicazione Scientifica presso l'Università di Milano. È insegnante di matematica in una scuola professionale di Cremona e svolge attività di divulgazione astronomica scrivendo articoli per riviste del settore. Ha curato la prima parte della versione *online* delle Spigolature Astronomiche. Nel dicembre 2006 il Minor Planet Center ha assegnato il suo nome all'asteroide (43956) Elidoro.