Università degli Studi di Torino

Facoltà di Scienze M. F. N.
Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

OSSERVAZIONE, CALIBRAZIONE E STIMA DELLA PARALLASSE TRIGONOMETRICA DI NANE ROSSE

Relatore:
Prof. A. Ferrari

Co-relatori:
Dott. M. G. Lattanzi
Dott. R. Smart

Candidata:
F. Marocco

Anno Accademico 1997-98

Indice

Elenco delle Figure

Elenco delle Tabelle

Introduzione

Con *astrometria* si definisce l'insieme di tecniche astronomiche che ci forniscono informazioni su posizione, moto, distanza e dimensioni degli oggetti celesti. Essa ha costituito, fin dagli albori dello studio del cielo, e fino alla nascita dell'astrofisica, la parte squisitamente osservativa dell'astronomia (essendone la Meccanica celeste il complemento teorico).

Primo obiettivo dell'astrometria è di descrivere l'evoluzione temporale delle quantità che si prefigge di misurare.

Tale descrizione può avvenire seguendo due diversi approcci:

1. un *approccio cinematico*, grazie al quale viene stabilita una correlazione tra le componenti del moto stellare ed alcune delle proprietà intrinseche delle stelle, quali per esempio composizione chimica, età, tipo spettrale;
2. un *approccio dinamico*, secondo il quale si cerca di comprendere perché i movimenti hanno le proprietà osservate, ossia si cerca di risalire alle forze che li governano.

Fino alla fine del XIX secolo, prima dello sviluppo dell'astronomia fisica, tutte le osservazioni astronomiche erano finalizzate ad ottenere le posizioni degli oggetti celesti. Ma, allorché l'astrofisica ha iniziato ad acquistare importanza, con l'estensione delle osservazioni alla maggior parte delle lughezze d'onda, dalla regione γ a quella radio (grazie all'utilizzo di rivelatori sempre più sensibili), progressi notevoli sono stati fatti nella descrizione e nella comprensione dell'Universo. Nella prima parte di questo secolo, fino al 1970, l'astrometria venne rilegata in posizione defilata a causa dei continui progressi di altre tecniche osservative. A partire dagli anni '70, però, essa è nuovamente assurta ad un ruolo di primaria importanza, una scienza totalmente rinnovata dall'introduzione di nuove tecniche, tanto nel radio quanto nell'ottico, quali satelliti astrometrici, ricevitori CCD, computer che hanno reso possibile migliorare di alcuni ordini di grandezza accuratezza e precisione delle misure.

La "Astrometria Moderna" si è messa al servizio della ricerca astronomica, abbandonando l'aspetto descrittivo della prima metà del millennio ed operando al fine di fornire un contributo concreto alla comprensione dei fenomeni o alla verifica di varie ipotesi sulla struttura ed evoluzione dei corpi celesti.

Indiscusso è il suo ruolo nello studio dell'astrofisica stellare, essendo le parallassi astrometriche alla base di tutti gli altri metodi per determinare le distanze nell'Universo. Basti pensare che l'assenza di parallassi è stata una delle cause oggettive che, in passato, rendevano difficile accettare una versione eliocentrica del mondo: se era la Terra a muoversi attorno al Sole, si sarebbero dovute rilevare le variazioni delle posizioni apparenti delle stelle nelle diverse stagioni, cioè le parallassi. Così, però, non accadeva a causa delle tecnologie osservative del tempo, che non permettevano agli astronomi di misurare angoli tanto piccoli, inferiori al secondo d'arco, come quelli inerenti alle immense distanze stellari, inconcepibili per gli uomini dell'antichità.

Occorre attendere fino al 1727 prima di avere un'idea corretta del valore di suddette distanze, quando *Isaac Newton*, nei "Principia", pose le stelle fisse ad una distanza di $\sim$950000 Unità Astronomiche (1 UA = 149.6×10^6 km, corrispondente alla distanza Terra-Sole), valore che si traduce in una decina di anni-luce e che risulta sostanzialmente corretto per le stelle a noi più vicine.

La svolta decisiva si ha nel 1838, ad opera di *Friedrich Bessel* (1784-1846), a quel tempo direttore dell'Osservatorio di Kaliningrad (Prussia Orientale), matematico di fama oltre che osservatore di grandi capacità. Nella sua ricerca, Bessel scelse di osservare una stella dotata di forte moto proprio rispetto alle stelle di fondo, 61 Cygni, nell'ipotesi risultata esatta che questo significasse una minor distanza dalla Terra. Dopo più di un anno di osservazioni egli ottenne, per la prima volta nella storia, una parallasse stellare π del valore di 0.314 ± 0.02 arcsec (secondi d'arco), corrispondente ad una distanza di 700000 UA, ossia 10.9 a.l. Immediatamente dopo, nel 1858, vennero determinate anche le distanze di α Centauri e α Lyrae.

Il fatto che le parallassi stellari si dimostrino inferiori al secondo d'arco ha posto le basi per una prima idea circa le reali proporzioni dell'Universo in cui ci troviamo. Si è dovuto, perciò, definire assai presto una nuova unità di misura molto più grande di quelle abituali, per non dover usare numeri eccessivamente grandi. Nacque così il *parsec* (abbreviazione di parallasse di un secondo d'arco), ossia la distanza dalla quale il raggio dell'orbita terrestre intorno al Sole è visto sotto un angolo di un secondo d'arco ($\pi = 1''$), corrispondente a $\sim 3 \times 10^8$ cm (3.26 a.l.).

Risultò parimenti evidente che, per poter arrivare alla misura delle distanze delle stelle più lontane, si doveva sperare in un raffinamento più spinto del metodo sperimentale. Così, se l'introduzione del metodo fotografico ha permesso di determinare distanze di stelle aventi $\pi = 0.01''$, l'introduzione del moderno ricevitore CCD ha permesso di trovare distanze di stelle aventi $\pi = 0.005''$. Come sostenne *Christopher Tinney*, ricercatore presso l'Osservatorio del Monte Palomar (California Institute of Technology), "*...fino a pochi anni fa le parallassi sono state considerate essere dominio di uno stretto numero di osservatori, ma le recenti tecniche d'osservazione, i loro notevoli progressi, hanno iniziato a cambiare questo panorama. La più notevole è stata senza dubbio la diffusione dei rivelatori* CCD".

Anche l'Osservatorio Astronomico di Torino (OATo) ha potuto vantarsi di uno dei pochi appassionati astrometristi che Tinney cita, il Dottor *Renato Pannunzio* che, nel 1979, fornì il primo ed unico valore di parallasse che l'Osservatorio annoveri, avvalendosi del riflettore astrometrico da 105 cm REOSC, di cui tuttora dispone. Il suo lavoro ha ricoperto un arco di tempo d'osservazione di ben 4 anni, dal 1974 al 1978, durante il quale sono state riportate 21 lastre della doppia visuale Stein 2051. Le osservazioni sono state fatte tutte con lastre Kodak II a-0, alle epoche di maggior spostamento parallattico in ascensione retta. I risultati, ottenuti con un calcolatore IBM 370/138, fornirono, relativamente alla componente A della doppia, un valore di $\pi = 0''.1857 \pm 0''.0096$, competitivamente valido se paragonato ai risultati conseguiti al Naval Observatory di Washington l'anno precedente.

Sono passati vent'anni da quell'ultima parallasse: l'introduzione della camera CCD, i progressi fatti grazie alla collaborazione di più astrometristi (tra i quali citiamo Tinney, Monet, Van Altena, Stone), l'introduzione di una buona camera di guida ed un approfondito studio degli effetti della rifrazione ci hanno permesso di sperare di dare all'OATo la sua seconda parallasse, competitivamente con i valori e la precisione dei più equipaggiati Osservatori.

Nel nostro lavoro di ricerca ci siamo serviti di più di 3 anni di osservazioni fatte con il suddetto riflettore REOSC, fornito di una camera CCD sulle cui caratteristiche rimandiamo al prossimo capitolo, e di oltre un anno di programmazione per lo svolgimento dell'analisi dei dati.

Vediamo dunque in dettaglio quali saranno gli argomenti specifici trattati in questa tesi di ricerca:

- nel primo capitolo ci introdurremo al problema della misura delle distanze degli oggetti celesti ed esporremo gli obiettivi scientifici che si prefigge di raggiungere il programma di parallassi TOPP in corso all'Osservatorio astronomico di Torino;
- il secondo capitolo sarà dedicato ad un'introduzione teorica ai concetti fondamentali di parallasse, fattore parallattico, moto proprio di una stella;
- nel terzo capitolo si darà una dettagliata descrizione della strumentazione dell'OATo finalizzata allo sviluppo del programma di parallassi;

- nel quarto capitolo si focalizzeranno i metodi di acquisizione e di riduzione delle immagini con il CCD operativi all'OATo;
- il quinto capitolo costituirà una panoramica sulle diverse tecniche di centraggio delle immagini, algoritmi fondamentali per il raffinamento dei dati osservativi;
- nel sesto capitolo si prenderanno in considerazione i diversi effetti che il fenomeno della rifrazione nella sua globalità può avere sulla determinazione della posizione di un oggetto in cielo e si darà una descrizione dell'*effetto DCR* e del suo peso relativo nella determinazione della parallasse di un astro;
- nel settimo capitolo si mostreranno le procedure seguite ed i risultati ottenuti durante l'analisi e riduzione dei dati per la valutazione dell'effetto DCR;
- nell'ottavo capitolo si descriveranno le procedure impiegate ed i risultati conseguiti nell'analisi e riduzione dei dati osservativi al fine della determinazione della parallasse e si discuteranno le conclusioni a cui siamo pervenuti.

Capitolo 1

LA MISURA DELLE DISTANZE IN ASTROFISICA

Come premesso nell'introduzione, le parallassi trigonometriche costituiscono la base da cui partire per determinare le distanze degli oggetti celesti in tutto l'Universo. È quindi opportuno presentare brevemente una cronologia dei progressi effettuati in astrofisica in questa direzione.

1.1 La scala delle distanze: cenni storici

Per la misura delle distanze con metodi trigonometrici è necessario conoscere il *raggio terrestre*. La prima misura del meridiano terrestre documentata fu condotta da *Eratostene di Alessandria* nel 250 a.C. Egli basò il suo studio sull'osservazione che nel giorno del solstizio d'estate i raggi del Sole a Siene cadevano perpendicolarmente fino ad illuminare il fondo dei pozzi, mentre ad Alessandria, lo stesso giorno, alla medesima ora (mezzodì), essi formavano un angolo di circa 7° con la verticale. Assumendo che le città fossero sul medesimo meridiano, ne valutò la lunghezza in 40600 km, un valore molto vicino a quello reale, se si pensa che il raggio terrestre medio è stimato essere di 6370 km (ed il meridiano 40024 km!).

La prima valutazione di distanza stellare riguarda il Sole e venne fornita da

Aristarco di Nicea: egli ne sottostimò però il valore a causa dei limitati mezzi a sua disposizione. Occorrerà aspettare fino al 1672 perché si abbia una misura accurata della distanza Terra-Sole ad opera di *Richer*, che ne fissò il valore a 10800 diametri terrestri. Nel 1838 *Bessel* stimò per la prima volta la distanza di un oggetto celeste al di fuori del sistema solare, la stella 61 Cygni.

Si comprese ben presto che, se gli astri più vicini erano così lontani, allora le cosiddette stelle fisse dovevano essere collocate a distanze così grandi da andare oltre l'immaginazione umana. Occorreva dunque trovare un metodo indiretto per la misura della loro distanza (essendo la loro parallasse non misurabile, praticamente nulla). La legge secondo la quale la magnitudine di un astro decresce con il quadrato della distanza fu base di tale metodo. Conoscendo la magnitudine assoluta M_v di una stella e misurandone quella apparente m_v, allora la 1.1 ne fornisce la distanza d in parsec:

$$d = 10^{0.2(m_v - M_v + 5)} \tag{1.1}$$

Le stelle per le quali è possibile risalire alla magnitudine assoluta sono dette *candele standard*. Tra esse le più note sono le stelle appartenenti alla classe delle variabili Cefeidi, le cui caratteristiche peculiari vennero notate per la prima volta nel 1784 dall'astronomo *Godricke*, che si occupò dello studio di una di esse: δ Cephei. La luminosità di questi astri varia nel tempo secondo una "curva di luce" regolare, con periodi P che variano tra 3 e 100 giorni. La ben nota stella Polare è una Cefeide con periodo di 4 giorni.

Si deve ad *Henrietta Leawitt* (1910) la brillante intuizione dell'esistenza di una relazione di proporzionalità diretta tra la magnitudine media apparente ed il periodo di variabilità di tale classe di stelle. La Leawitt si occupò dello studio delle Cefeidi nella Piccola Nube di Magellano, che si potevano ritenere tutte alla medesima distanza. Shapley dedusse allora che tale proporzionalità dovesse valere anche per la magnitudine assoluta M_v. L'unico problema consisteva nel trovare una Cefeide per la calibrazione, per la quale fosse cioè possibile calcolare la parallasse.

Sfortunatamente, nella galassia le variabili non sono molto numerose e soprattutto non ve ne sono di così vicine da poterne misurare le parallasse. Occorreva trovare un'altra via.

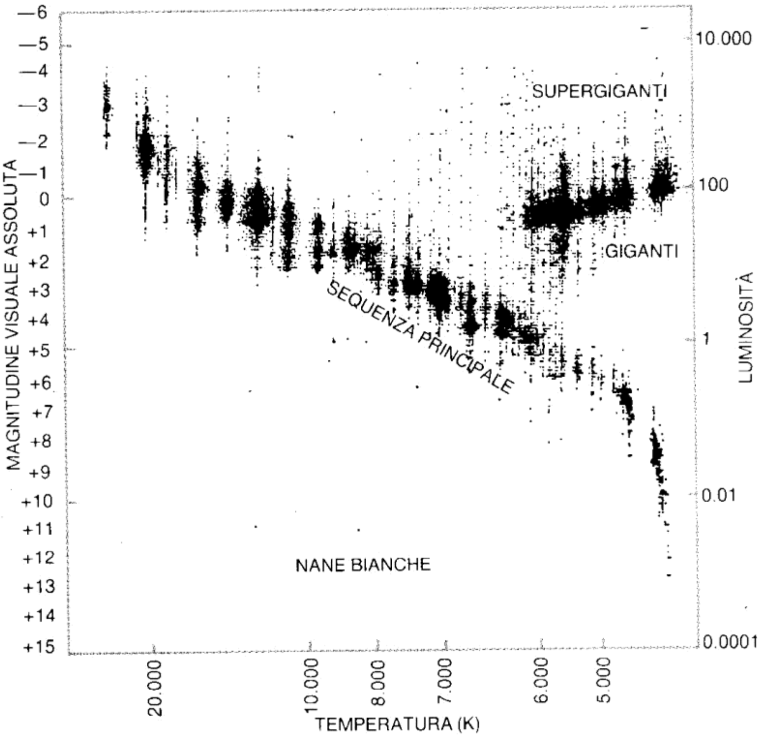

Figura 1.1: *Il diagramma di Hertzsprung-Russell*

Fu nel 1911 che E. Hertzsprung e H. N. Russell scoprirono, indipendentemente, una relazione tra la classe spettrale (che stima il colore e la temperatura di un astro) e la magnitudine assoluta delle stelle: essa costituisce il ben noto diagramma H-R (fig. 1.1). Le stelle risultavano in maggioranza distribuite lungo una striscia posta diagonalmente, denominata *Sequenza Principale*, mentre le rimanenti zone del diagramma sono meno densamente popolate: le giganti rosse formano un gruppo di stelle degli ultimi tipi spettrali, le supergiganti hanno M_v da -3 a -8 e coprono tutti i tipi spettrali, le nane bianche sono tutte stelle a bassa luminosità.

Uno dei motivi che rendono enormemente importante la scoperta di Hertzsprung e Russell è che grazie a tale diagramma fu possibile risalire alla calibrazione di classi di stelle variabili quali Cefeidi e RR Lyrae come candele standard, permettendo in tal modo la stima delle distanze di oggetti fino a ~ 5 Mpc (milioni di parsec).

Come indicatori si possono individuare anche altre tipologie di oggetti, quali novae, supernovae, nubi di idrogeno ionizzato (regioni H-II). Le novae sono stelle instabili soggette a ricorrenti fenomeni esplosivi non distruttivi, durante i quali la luminosità aumenta fino a raggiungere un milione di volte quella solare, per poi tornare nel giro di un anno a quella iniziale. L'andamento temporale della magnitudine apparente di una nova e la derivazione della sua magnitudine assoluta da modelli evolutivi forniscono la possibilità di determinarne la distanza fino a valori massimi di 20 Mpc.

A differenza delle novae, il fenomeno di supernova può portare alla distruzione completa della stella: in questi casi l'aumento di luminosità può raggiungere valori dell'ordine di $10^{10}\ L_{\odot}$, tali da rendere possibile la stima della distanza dell'evento fino ad un centinaio di milioni di parsec.

La possibilità di utilizzare le regioni H-II come candele standard è legata al fatto che empiricamente si osserva come regioni di idrogeno ionizzato in galassie dello stesso tipo abbiano dimensioni analoghe. È allora possibile risalire alla determinazione della distanza di tali galassie misurando la dimensione delle regioni H-II al loro interno.

1.2 La determinazione dell'età dell'Universo

Tutti i metodi di misura illustrati consentono di stabilire la distanza di una sorgente astrofisica da pochi pc fino a centinaia di Mpc, con approssimazione che, inevitabilmente, è tanto peggiore quanto più la sorgente è remota. Esiste però un fenomeno che permette agli scienziati di spingersi fino ai limiti estremi dell'Universo osservato, a miliardi di parsec da noi: è il *red-shift* cosmologico, governato dalla Legge di Hubble che regola la recessione cosmologica delle galassie.

Per comprendere questo effetto occorre ricordare che la maggior informazione sulla natura fisica dei corpi celesti è fornita dagli spettri della radiazione. Quando la materia emittente, una galassia nel nostro caso, si allontana dall'osservatore, la lunghezza d'onda della radiazione aumenta, mentre sorte contraria avranno gli oggetti che si avvicinano all'osservatore. Tale fenomeno va sotto il nome di *Effetto Doppler ottico* e si quantifica nell'espressione:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{V}{c}$$

con V velocità relativa della sorgente rispetto all'osservatore, λ_0 lunghezza d'onda di riposo (quella che emetterebbe la sorgente se fosse ferma rispetto all'osservatore). Il parametro z è il famoso *parametro di red-shift*, che quantifica l'effettiva variazione di frequenza: esso misura precisamente l'entità dello spostamento delle righe dello spettro d'emissione verso il rosso (se la sorgente si allontana, z aumenta) o verso il blu (se la sorgente si avvicina, z diminuisce). Accorgersi infatti visivamente del cambiamento di colore della luce proveniente dall'oggetto emittente è normalmente assai difficile (sarebbero necessarie velocità relative dell'ordine di $c=3 \cdot 10^5$ km/s), diversamente da quanto accade per l'Effetto Doppler acustico, dove la velocità di riferimento è la velocità del suono ($v_s = 330$ m/s).

Ora, nel 1929 Hubble, unendo le sue misure con quelle precedenti di Slipher e del suo assistente Milton Humanson, disponeva di un totale di 46 galassie di cui era nota distanza e spostamento delle righe spettrali. Ne risultò una ben definita relazione tra velocità e distanza (confermata due anni dopo, nel 1931, con un numero doppio di oggetti). Eccezion fatta per le galassie del nostro Gruppo Locale, la velocità V cresceva regolarmente al crescere della distanza d, secondo la legge:

$$V = H \times d$$

H è la cosiddetta *costante di Hubble*, il cui valore attuale è stimato essere attorno a 50-60 km/(sec·Mpc).

Se questa legge indica veramente che l'Universo si sta espandendo, si può immaginare di fare il cammino a ritroso e trovare quanto tempo è trascorso dal momento in cui l'attuale Universo visibile era ridotto alle dimensioni di un punto. innanzitutto, si nota che $H^{-1} = d/V$ è una misura di tempo. Se ci trovassimo nel vuoto, potremmo considerare $V = cost$ (nel tempo) ed allora, fissata d, una stima di H^{-1} ci darebbe un valore per l'età dell'Universo. In realtà, la materia presente rallenta l'espansione, ciò che si può misurare è la velocità di recessione odierna, per cui si ottiene un valore della costante di Hubble *al tempo presente* ed in definitiva H^{-1} rappresenta un limite superiore per l'età dell'Universo, che viene oggi stimata essere compresa nel range 10-20 miliardi di anni.

La misura delle distanze degli oggetti celesti si dimostra quindi, in ultima analisi, un metodo di indagine potentissimo, tale da permettere di indagare anche fondamentali problematiche di tipo cosmologico. Nella figura 1.2 si chiarificano quelli che sono i diversi ordini di grandezza delle distanze cosmiche alle quali vanno collocate le diverse classi di oggetti che compongono l'Universo osservato, unitamente alle diverse metodologie impiegate per calcolarne l'effettiva lontananza dall'osservatore. Il calcolo delle parallassi, come visto, costituisce il metodo più antico individuato dall'uomo per la determinazione delle distanze degli oggetti celesti. In tempi recenti esso è stato in qualche modo trascurato, stante la difficoltà a migliorare sensibilmente la precisione nelle misure. A partire dalla fine degli anni '80, però, il lancio del satellite astrometrico HIPPARCOS ha reso per la prima volta disponibile uno strumento di misura così sofisticato da raggiungere una precisione dell'ordine del milli-secondo d'arco (mas) sulla misura delle parallassi: questa metodologia per il calcolo delle distanze è dunque tornata ad essere un elemento di primaria importanza in astronomia, per la ridefinizione delle dimensioni dei dintorni del sistema solare e addirittura in un prossimo futuro con progetti astrometrici dallo spazio di nuova concezione, dell'intera galassia.

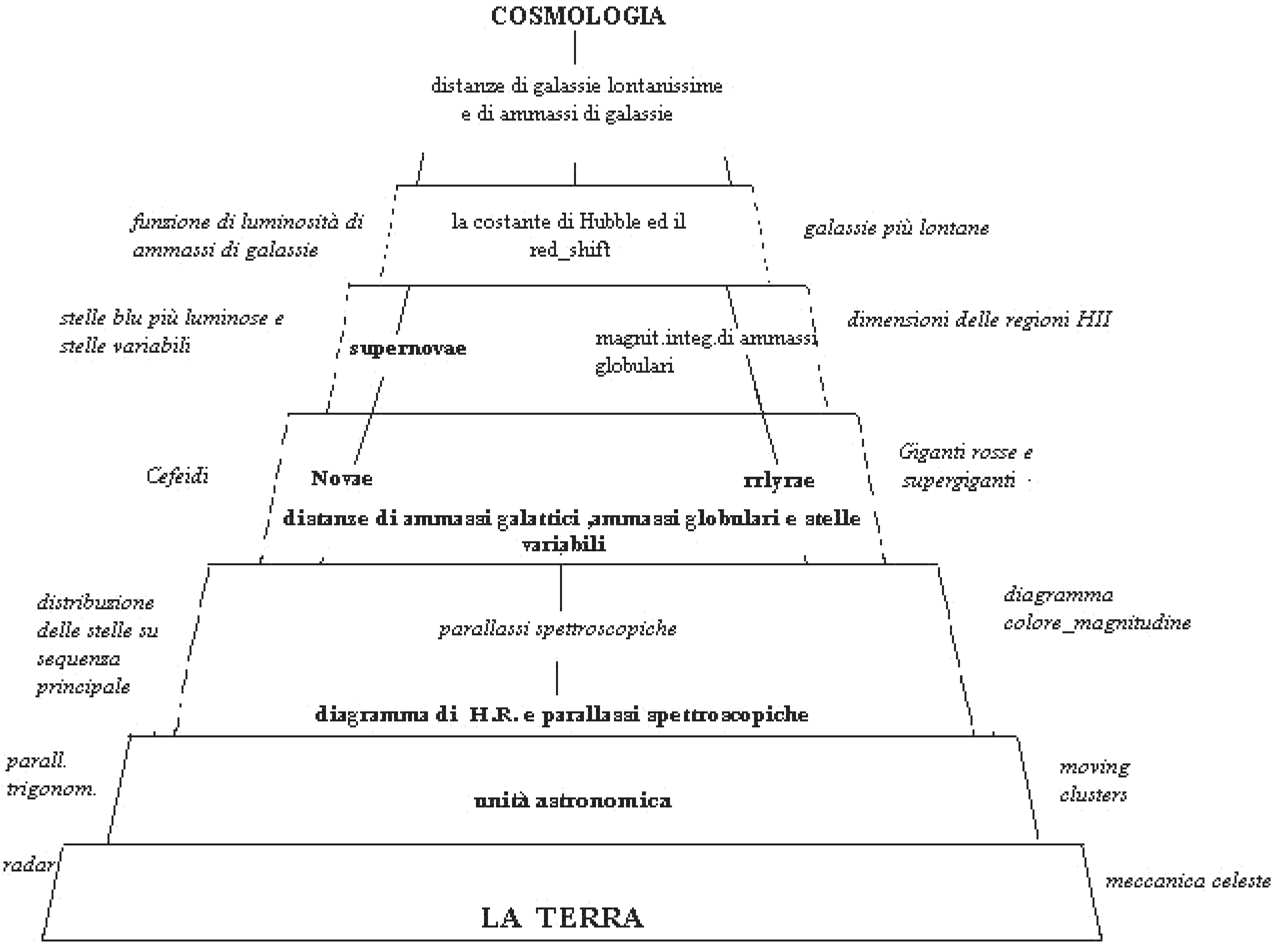

Figura 1.2: *La piramide delle distanze cosmiche*

La figura 1.3 mostra infatti tre pannelli, in ciascuno dei quali è rappresentata la distribuzione spaziale di stelle negli immediati dintorni del nostro sistema solare: ad ogni punto è sovrapposta una approssimativa barra d'errore sulla determinazione del valore di π. Nel pannello di sinistra viene raffigurato lo *status quo* precedente al lancio del satellite HIPPARCOS: di fatto, fino al 1989 si disponeva di una stima di parallasse per alcune centinaia di oggetti, con errori entro il 10% solo per alcune decine di questi! Nel pannello centrale la situazione come la si conosce al giorno d'oggi: la prima missione di astrometria globale dallo spazio ci ha permesso di misurare direttamente le distanze di molte delle stelle più

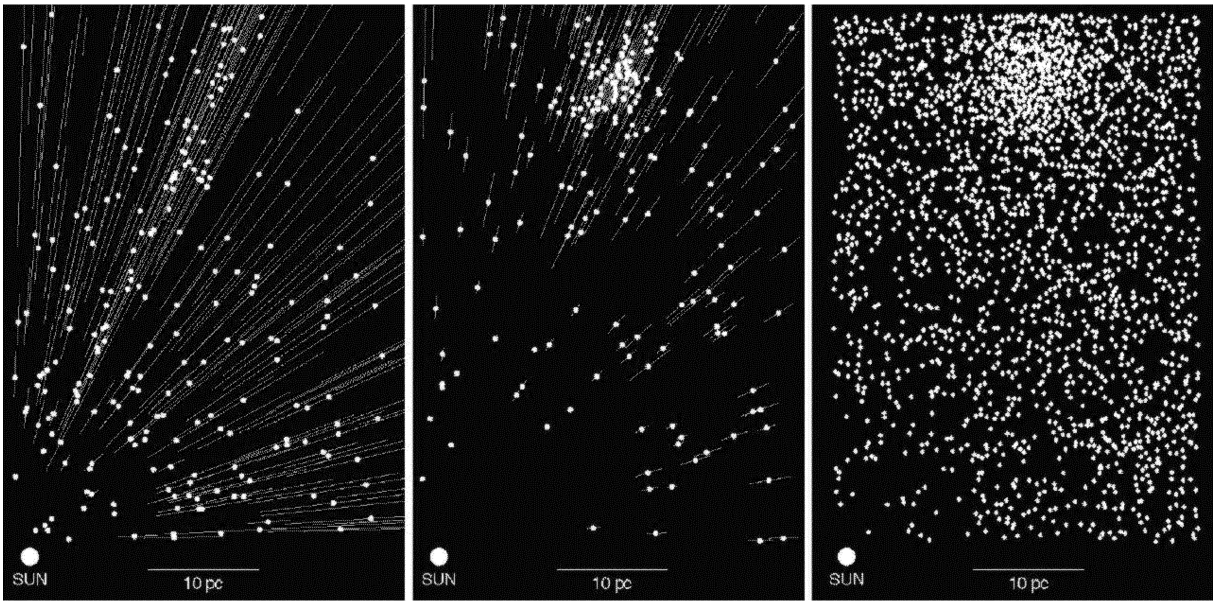

Figura 1.3: *I tre pannelli mostrano una striscia di cielo, centrata sul Sole, contenente l'ammasso aperto delle Iadi. Ogni punto rappresenta una stella, con l'incertezza sulla distanza lungo la linea di vista sovrapposta ove ecceda le dimensioni del punto. Il pannello di sinistra mostra lo stato dell'arte delle misure da terra, quello centrale quanto si è potuto determinare con le misure di HIPPARCOS. Il pannello di destra evidenzia la precisione con la quale si saprà determinare la distanza di milioni di oggetti in cielo grazie alla survey di GAIA.*

vicine, con elevata precisione (la concentrazione in alto a sinistra indica la locazione dell'ammasso aperto delle Iadi). Il pannello di destra raffigura la futuribile precisione con la quale si conosceranno le distanze degli stessi oggetti alla conclusione della missione GAIA (Perryman et al. 1996), progetto di interferometria astrometrica dallo spazio attualmente candidato come Cornerstone Mission n^{o}5 nell'ambito del programma scientifico Horizon 2000+ dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA). L'obiettivo dichiarato di tale strumento è quello di effettuare misure di posizione, moto proprio e parallasse con una precisione nominale di $\sim$ 10 μas (μas/anno nel caso del moto proprio) per oggetti fino alla magnitudine visuale $V = 15$: si tratta di valori tali da migliorare di un fattore 100 i risultati ottenuti dal predecessore. Il pannello di destra evidenzia inoltre come sarà possibile, con uno strumento dalle *performance* così spinte, *determinare con elevatissima precisione le distanze di tutti gli oggetti presenti entro un ben determinato volume* (HIPPARCOS osservava infatti soltanto un ristretto catalogo di bersagli selezionati), misure tali da provocare prevedibilmente ripercussioni drammatiche in svariati regioni d'interesse astrofisico. La possibilità di misurare direttamente le parallassi trigonometriche assolute di milioni di oggetti avrà impatti sconvolgenti su un ampio spettro di tematiche: scoperta e studio delle proprietà dei sistemi planetari extrasolari, cinematica e dinamica galattiche (in particolare possibilità di studiare la dinamica e la forma del *bulge*), formazione ed evoluzione stellare, cinematica del Gruppo Locale ed oltre, fino a problematiche di fisica fondamentale quali la curva di rotazione della galassia (per la comprensione del ruolo della materia oscura), la determinazione di un sistema di riferimento inerziale fondamentale, oppure ancora una stima altamente accurata del parametro di curvatura γ, per scegliere tra alcune possibili alternative alla teoria relativistica della gravitazione di A. Einstein.

1.3 Le parallassi nel programma dell'OATo

Il grafico di fig. 1.4 mostra i progressi fatti nella determinazione delle distanze stellari, primo fondamentale gradino della scala delle distanze cosmiche: esso rende evidente quanto detto alla fine del paragrafo precedente, per ciò che riguarda in particolare il periodo di stasi di quasi due secoli prima che le misure di Bessel potessero essere migliorate di un fattore 10 dal primo progetto di astrometria dallo spazio mai realizzato dall'uomo. Sono in cantiere idee estremamente ambiziose, tali da portare, entro i primi vent'anni del nuovo millennio, la precisione sulla misura delle parallassi al livello del micro-secondo d'arco (μas)!

Tra i vari contributi, nel grafico compare anche quello apportato dall'Osservatorio Astronomico di Torino, grazie all'unica parallasse di Renato Pannunzio, ottenuta

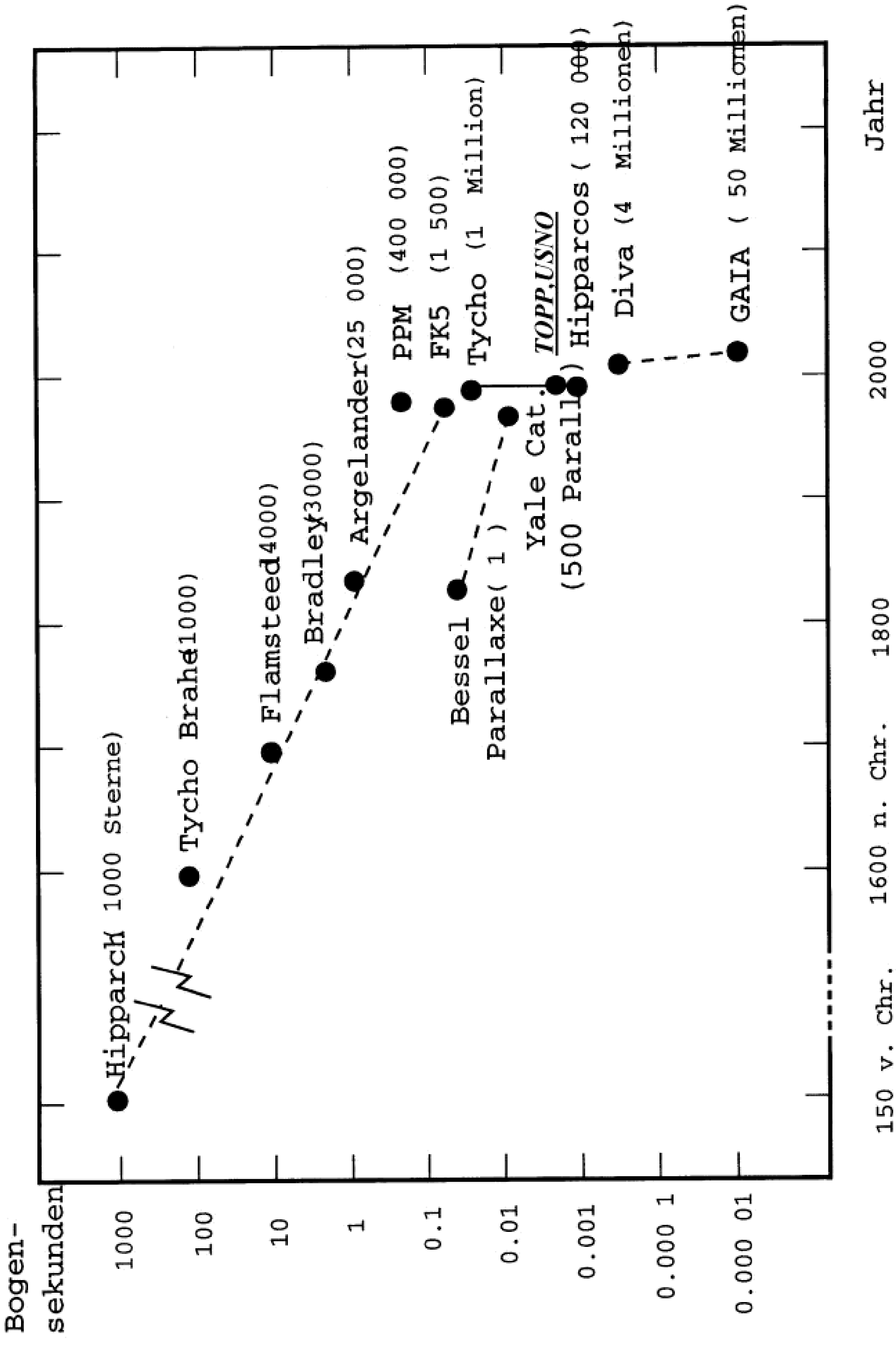

Figura 1.4: *La precisione sulla misura delle distanze stellari nel corso dei secoli*

nel 1979. Dal 1994, però, l'OATo, tentando di incrementarne il numero, ha iniziato un programma che, si spera, fornirà alla fine di quest'anno la distanza di oltre dieci oggetti differenti, con una precisione dell'ordine di 2-3 mas, competitiva con quella ottenuta dall'U.S. Naval Observatory. In figura 1.5 si può osservare uno schema esemplificativo di quelli che sono i limiti di precisione ottenuti da diversi programmi per il calcolo delle parallassi, comparati con quelli ottenibili prevedibilmente all'OATo e all'USNO e (in un prossimo futuro) da GAIA.

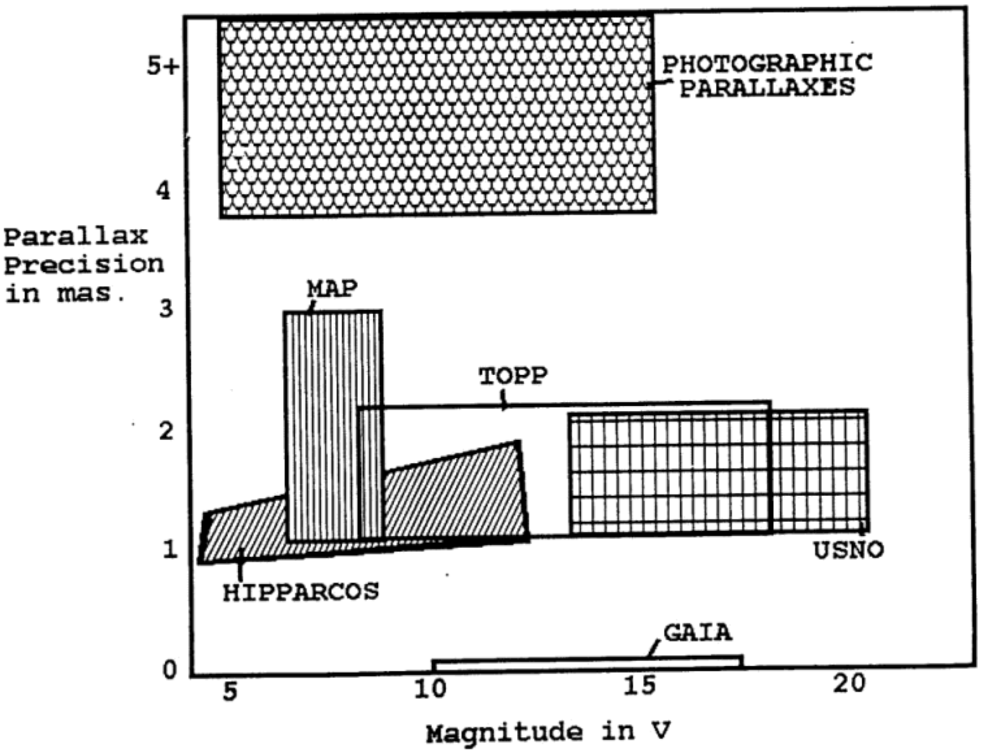

Figura 1.5: *Precisione sulla determinazione della parallasse in funzione della magnitudine assoluta*

L'utilizzo della camera CCD, nella realizzazione del progetto, può, in linea di principio, incrementare la precisione nelle misure fino ad 1 mas. Il gruppo dei ricercatori di Pino Torinese che partecipano al progetto TOPP [1] si sono soffermati sullo studio di stelle vicine (< 100 pc) e deboli ($m_v > 12$ nella banda I dello

---

[1] TOrino Parallax Program

spettro di emissione), il cui elenco completo è riportato nella tabella 1.1 alla fine del capitolo. Di molti di questi oggetti si sono avvalsi anche i ricercatori dell'European Southern Observatory (ESO), che due anni più tardi hanno lanciato un programma analogo a quello dell'OATo. La lista prodotta è frutto della scelta di più ricercatori e della collaborazione di più osservatori astronomici e comprende il totale delle stelle studiate nei due programmi citati. A seconda della diversa natura, questi oggetti si possono suddividere in cinque diversi gruppi:

1) *NR*: sono oggetti forniti da Jahreiss (ARI, Heidelberg) nel "Gliese Catalog of Nearby Stars". Tutte queste stelle si pensa si trovino antro 25 pc. Per il criterio di scelta adottato queste stelle, tutte deboli e vicine, di fondamentale importanza nella definizione della incerta regione delle stelle più deboli della sequenza principale, attualmente definita da un numero ristretto di astri catalogati dal USNO e dall'Osservatorio del Monte Palomar. Questi oggetti o non hanno ancora una valutazione di parallasse oppure tale valore è in disaccordo con la distanza spettroscopica, di conseguenza meritano particolare attenzione;

2) *RE*: sono stelle nane di classe spettrale M (M-Dwarfs), scoperte con il satellite ROSAT. Si ritiene siano tutte comprese entro i 50 pc. Sono anch'esse stelle per la maggioranza delle quali non esiste una valutazione della distanza e per le quali le distanze spettroscopiche non sono ben calibrate poiché, per definizione, hanno proprietà spettrali e di luminosità peculiari;

3) *RX*: sono stelle della classe T-Tauri scoperte con il satellite ROSAT da M. Sterzike e dal suo gruppo di ricercatori. Sono stelle di difficile classificazione perché non sembrano essere associate ad ammassi noti. Si tratta di corpi celesti ad una distanza massima di $\sim$ 140 pc;

4) *MS*: sono corpi celesti delle ultime classi spettrali (F-K) attivi nella banda X e selezionati dallo IOAP (Palermo);

5) oggetti quali *nebulose planetarie*, *nane bianche*, *nane brune*, scelti direttamente dal gruppo degli astrometristi dell'OATo. Su alcun di essi, particolarmente caratteristici, ci sembra opportuno soffermarci: tre oggetti, MIS4, A7, A35, sono nebulose planetarie. Per essi si è valutato un limite massimo di distanza di ~500 pc (Mauel, 1984); AM UMa e STMLI sono entrambe stelle variabili cataclismiche. Per loro risulta difficoltoso dare una stima della dstanza, che attualmente si ritiene essre intorno ai 100-200 pc; CWLEO è una variabile MIRA, rozzamente stimata trovarsi ad una distanza di 120-140 pc; ROSS 614B e LHS 2065 sono entrambe ottime candidate ad essre nane brune (Burrows e Liebert, 1993). Per ROSS 614B sono state fatte alcune stime della parallasse, tuttavia, poiché questa stella si trova sul piano galattico, l'ncertezza sui risultati è notevole. LHS 2065, invece, è una stella debole di cui, per ora, non sono riportate stime di parallasse; LHS 228, LHS 243, LHS 254, LHS 1923 sono nane rosse di piccola massa, che hanno un ruolo importante nel definire la parte inferiore della sequenza principale, come sottolineò Monet (1992), in un suo lavoro di ricerca presso l'USNO.

Per una buona valutazione della parallasse di alcuni degli oggetti in elenco, quelli ritenuti più idonei, gli astrometristi dell'Osservatorio di Torino hanno dovuto fissare un tempo minimo di osservazione di 2.5-3 anni, periodo di tempo lungo ma inevitabile: la variabilità del clima è spesso ostacolo alle osservazioni, così come anche le condizioni di *seeing*[2], parametro fondamentale nella determinazione della parallasse. Al fine di avere un buon numero di punti lungo l'ellisse parallattica si sono prefissati di dedicare almeno 20 notti ogni due mesi a tale programma di ricerca. Si ritiene che l'uso della strumentazione di cui si dispone porterà ad ottenere dati con una precisione nominale di 2-3 mas nella determinazione della parallasse relativa.

Uno dei fattori limitanti le *performances* raggiungibiili sul calcolo della parallasse relativa è l'effetto della *rifrazione differenziale di colore*, più avanti con la

---

[2] Vedi capitolo 4

definzione di DCR, a cui sono soggette le stelle del campo d'osservazione. Si è cercato di minimizzare questo effetto usando un filtro nel rosso e programmando il tempo d'osservazione al telescopio in modo da far uso delle ore centrali della notte (meno utili per la parallasse essendo il fattore parallattico[3] molto piccolo) per prendere immagini di uno stesso campo in sequenza: lo studio sistematico di un solo campo avrebbe potuto permettere di individuare una strategia ottimale per ovviare a questa fonte d'errore.

Il secondo passo che il TOPP si è proposto di compiere è la trasformazione da parallasse relativa a parallasse assoluta secondo l'approccio descritto da Monet nel 1992. Tale procedura ha ricevuto però innumerevoli critiche, soprattutto da parte di Eichhorn (1995), critiche fondamentalmente legate all'assunzione implicita che la correlazione tra il moto di una stella e la sua posizione nel campo di vista sia zero. Il programma TOPP si è occupato della progettazione di una versione di tale approccio che permetta di avere una correlazione non nulla.

Il progetto prevede inoltre di dedicare alcune notti d'osservazione, le cosiddette *notti fotometriche* all'acquisizione della fotometria dei campi in esame: conoscere il colore delle stelle, la loro magnitudinee nelle bande V d I è molto utile sia per correggere l'effetto della rifrazione differenziale di colore delle stelle del campo sia al fine di una valutazione della parallasse assoluta. Infatti per passare alla π assoluta si opera una correzione che stima la distanza media del campo di stelle e questo solitamente si ottiene usando il colore delle stelle ed un buon modello di galassia[4].

Un ulteriore obiettivo che il programma TOPP si prefigge è un confronto con i risultati relativi a tre oggetti inclusi nel catalogo di HIPPARCOS: si tratta di stelle brillanti che non possono essere osservate per via normale. Per una loro osservazione si è pensato di sperimentare l'uso di un filtro *SPOT*, che permetta di attenuare la luminosità dell'astro e ne renda possibile l'osservazione.

---

[3] Per la sua definizione si veda il capitolo 2

[4] Vedi capitolo 2

TARGET LIST

NOME	α	δ	Informazioni generali
lhs 1047	0 15 17	-16 8 26	Nearby Dwarf
nr22006A	0 27 50	-32 33 6	Nearby parallax anomalies
nr4 10	0 8 24	-57 5 18	Nearby parallax anomalies
nr4 73	0 43 27	-41 17 10	Nearby parallax anomalies
nr22022A	1 24 27	-33 55 5	Nearby parallax anomalies
MS02062	2 8 42	-10 5 7	F-K star
MS02342	2 36 43	-03 8 49	F-K star
MS02347	2 37 17	-01 57 31	F-K star
MS02364	2 38 58	-01 35 15	F-K star
MS02448	2 47 24	-00 12 27	F-K star
RE02415	2 41 46	-52 59 53	Flare star
RX02197	2 19 46	-10 25 46	Weak Line T-Tauri
RX02372	2 37 20	-05 27 01	Weak Line T-Tauri
RX02517	2 51 49	-02 03 29	Weak Line T-Tauri
nr22028	2 56 16	-70 21 59	Nearby parallax anomalies
nr4 196A	2 2 16	-26 33 34	Nearby parallax anomalies
nr4 271A	2 45 10	-43 44 12	Nearby parallax anomalies
MS03185	3 20 49	-19 16 10	F-K star
MS03241	3 26 22	-20 1 54	F-K star
MS03272	3 29 24	-24 5 54	F-K star
MS03376	3 40 8	-01 53 8	F-K star
MS03482	3 50 33	-13 55 19	F-K star
Re0447s	4 47 16	-27 50 50	Flare star
nr21068	4 10 30	-53 34 16	Nearby parallax anomalies
nr4 379	4 7 19	-24 28 38	Nearby parallax anomalies
MS05154	5 17 54	-07 7 51	F-K star
RX05004	5 00 26	-10 54 47	Weak Line T-Tauri
RX05024	5 02 21	-07 44 02	Weak Line T-Tauri
RX05038	5 03 49	-11 30 59	Weak Line T-Tauri
RX05101	5 10 04	-04 27 54	Weak Line T-Tauri
RX05134	5 13 22	-12 44 50	Weak Line T-Tauri
RX05389	5 38 51	-13 21 21	Weak Line T-Tauri
RX05408	5 40 45	-08 6 36	Weak Line T-Tauri
RX05442	5 44 10	-13 06 30	Weak Line T-Tauri
RX05446	5 44 34	-01 21 55	Weak Line T-Tauri
RX05456	5 45 35	-10 20 26	Weak Line T-Tauri
a7	5 3 1	-15 36 25	Planetary Nebula
RE06043	6 04 54	-34 35 21	Flare star
RE06256	6 25 57	-60 03 30	Flare star
nr21088	6 10 55	-43 25 14	Nearby parallax anomalies
nr5 33	6 54 18	-49 56 46	Nearby parallax anomalies
nr5 34	6 59 10	-47 56 55	Nearby parallax anomalies
RE0713s	7 13 3	-5 11 26	Flare star
nr4 743	8 55 22	-23 52 18	Nearby parallax anomalies
nr21123	9 16 45	-77 49 39	Nearby parallax anomalies
nr21128	9 42 53	-68 54 5	Nearby parallax anomalies
lhs 306	11 30 59	-14 55 23	Nearby Dwarf
nr5 54	11 22 42	-32 5 10	Nearby parallax anomalies
nr5 58	11 30 7	-30 42 45	Nearby parallax anomalies
nr5 59	11 38 51	-28 42 31	Nearby parallax anomalies
nr5 61	11 47 51	-28 49 34	Nearby parallax anomalies
nr5 62	11 48 52	-28 33 16	Nearby parallax anomalies
MS12470	12 49 38	-06 04 44	F-K star
a35	12 53 33	-22 50 53	Planetary Nebula
nr21157	12 23 6	-46 37 19	Nearby parallax anomalies

Tabella 1.1: *La lista degli oggetti compresi nel programma di parallassi dell'Osservatorio Astronomico di Torino*

1.4 Le nane rosse

Le stelle che fanno parte del programma TOPP e delle quali ci occuperemo in questo lavoro appartengono alla classe spettrale M: secondo tale classificazione, gli oggetti che ne fanno parte sono intrinsecamente deboli dal punto di vista dell'emissione di radiazione luminosa. Si tratta di stelle con temperatura superficiale bassa ($\simeq$ 2000 °K) che emettono principalmente nel rosso e nell'infrarosso. Gli spettri di stelle di classe spettrale M sono caratterizzati da un'elevata metallicità e la loro precisa classificazione viene effettuata a partire da alcune bande principali d'assorbimento (Stone 1984). Il loro inserimento all'interno delle specifiche sottoclassi, da M1 ad M5, risulta in un certo qual modo complicato, in primo luogo a causa della intrinseca debolezza di tali oggetti, ad esempio la stella nana M5 più brillante ha una magnitudine visuale $M_v \simeq 9$; secondariamente quanto più una stella è fredda tanto più evidenti saranno le caratteristiche di variabilità in luminosità e di conseguenza in tipo spettrale.

La determinazione della magnitudine assoluta di queste stelle è resa possibile grazie all'utilizzo delle parallassi trigonometriche. Il ruolo di non secondaria importanza rivestito da tale tecnica si rivela quando si consideri ad esempio che le M_{abs} delle nane rosse di classe M sono note con una precisione bassa, di circa ± 0.5 mag. Se consideriamo ora il diagramma HR, ciò comporta che la parte inferiore della sequenza principale sia al momento nota in modo approssimativo. La necessità di una acccurata determinazione delle distanze di questa classe di oggetti diventa allora chiara: la rilevanza astrofisica ultima di misure di questo tipo risiede nella possibilità di ricostruire fedelmente la parte inferiore della sequenza principale del diagramma HR, quella appunto popolata dalle stelle nane di bassa luminosità.

Una seconda motivazione è legata alle caratteristiche della distribuzione spaziale delle stelle di tipo M nella nostra galassia: esse sono concentrate moderatamente lungo il piano galattico, con una densità spaziale di $3 \times 10^{-6}/pc^3$ per le giganti,

$3 \times 10^{-8}/pc^3$ per le supergiganti e ben $3 \times 10^{-1}/pc^3$ per le nane: l'ovvia conclusione è che le nane di tipo M sono estremamente numerose. Infatti $\sim$ 80% delle stelle nei dintorni del sistema solare appartengono a questa classe di oggetti: il paradosso apparente è che, in realtà, se prendiamo in considerazione i cataloghi di stelle brillanti, di essi ne sono elencati molto pochi, a causa proprio della loro bassa luminosità: le percentuali attuali di stelle di classe M (Jaschek 1987) rispetto a quelle degli altri tipi spettrali oscillano nell'intervallo 2%-5% del totale di oggetti catalogati, e per di più la quasi totalità di essi sono in effetti giganti o supergiganti. Ad esempio, per il campione di stelle che prenderemo in considerazione nel nostro lavoro non esiste una stima precisa della parallasse trigonometrica: tali problemi rendono evidente la necessità di una più approfondita indagine sistematica di questa classe di oggetti deboli che popolano i dintorni del nostro sole.

Capitolo 2

LA DETERMINAZIONE DELLE PARALLASSI TRIGONOMETRICHE

2.1 La parallasse annua

La parallasse annua è l'apparente spostamento di una stella sulla sfera celeste nel corso di un anno, dovuto al moto orbitale della Terra attorno al Sole.

Si consideri la fig. 2.1. Sia T la posizione della Terra in un determinato istante t e sia T′ la posizione assunta doopo un intervallo di tempo di sei mesi. Se si suppone che l'orbita della Terra sia circolare, la distanza TT′ corrisponderà al diametro di tale orbita. Sebbene quest'ultimo sia molto piccolo se paragonato alle distanze stellari, non può essere trascurato qualora si considerino le stelle più vicine. Sempre dalla fig. 2.1 si nota la relazione trigonometrica:

$$\tan \pi = \frac{R}{r} \tag{2.1}$$

dove r rappresenta la distanza Sole-stella, R è il raggio dell'orbita terrestre, p l'angolo tra tra le direzioni Sole-stella e Sole-Terra. La parallasse π è definita come l'angolo sotto cui dalla stella è visto il semiasse maggiore dell'orbita terrestre e si

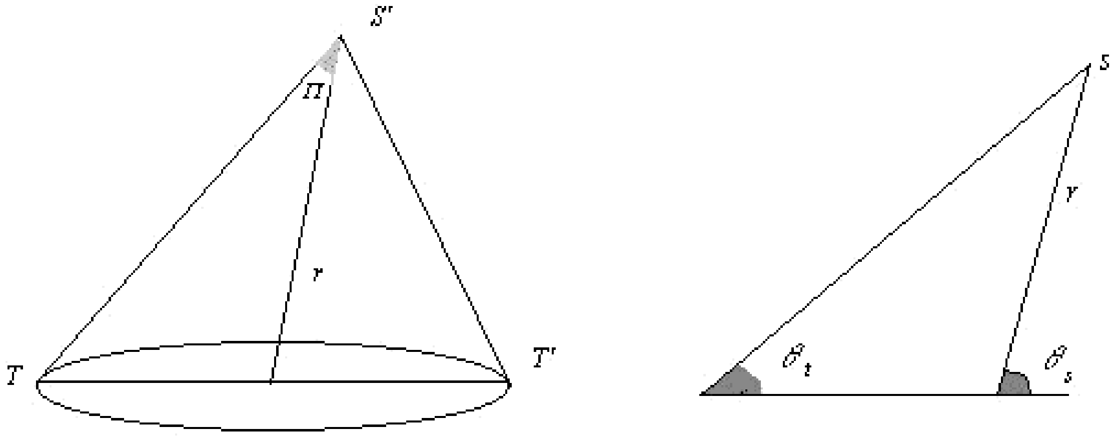

Figura 2.1: *Definizione di parallasse annua*

deriva dalla relazione 2.1 osservando che: 1) l'angolo π è sempre molto piccolo per cui è lecito porre $\tan\pi \simeq \pi$; 2) R equivale ad un'unità astronomica, ossia alla distanza Terra-Sole. Avremo perciò:

$$\pi \simeq \frac{1}{r} \tag{2.2}$$

Misurando allora la distanza r in UA ed esprimendo π in secondi d'arco, pari a 1/206265 rad, dalla 2.2 si ha:

$$r = \frac{2.06265 \cdot 10^5}{\pi''}\ UA \tag{2.3}$$

Segue che una stella con una parallasse $\pi = 1''$ si trova ad una distanza $r = 2.06265 \cdot 10^5$ UA. Questa è l'unità di misura fondamentale per il calcolo delle distanze in astronomia: essa viene detta *parsec* (sinonimo di parallasse di un secondo d'arco):

$$1\ parsec\,(pc) = 3.0856 \cdot 10^{18}\ cm$$

Si noti però che r e ϑ_T cambiano al variare del periodo dell'anno. Ne segue che, all'istante t, la variazione della posizione geocentrica della stella, rispetto alla posizione eliocentrica, dipenderà dalla direzione della stella e del Sole e sarà esprimibile come:

$$\pi_t = \frac{R \sin \vartheta_T}{r} = P_t \times \pi \tag{2.4}$$

dove P_t rappresenta il fattore parallattico annuo.

2.2 L'ellisse parallattica

Si consideri la sfera celeste e la Terra, puntiforme, al suo centro, come mostra la figura 2.2.

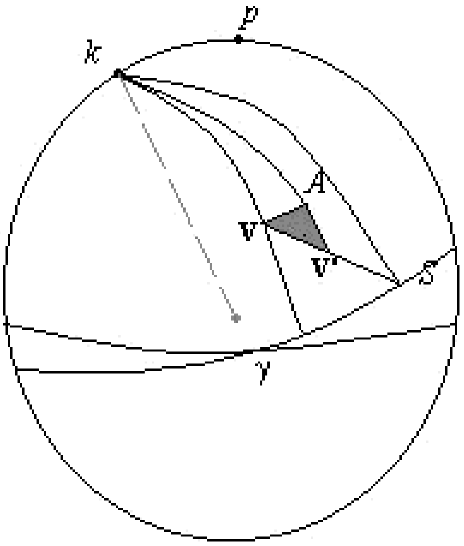

Figura 2.2: *La sfera celeste in un riferimento geocentrico*

Sia V la stella in esame come vista dal Sole e V' la medesima come vista dalla Terra. Siano poi indicate con λ, β, λ', β' la longitudine e latitudine eclittiche dell'astro nel sistema eliocentrico e geocentrico rispettivamente. Si nota subito che V' sarà contenuto nel piano SVT. Sia poi AV l'arco parallelo all'eclittica e si indichi con α l'angolo $A\hat{V}V'$. Si hanno le seguenti relazioni trigonometriche:

$$AV = (\lambda' - \lambda)\cos\beta = VV'\cos\alpha \tag{2.5}$$

$$AV' \;=\; (\beta - \beta') = VV' \sin\alpha \tag{2.6}$$

Inoltre, essendo $VV' = \vartheta_S - \vartheta_T$, guardando la figura 2.1 si ha:

$$\vartheta_S - \vartheta_T = \frac{R}{r} \sin\vartheta_T = p \sin\vartheta_T$$

Considerando poi il triangolo VKS, si osserva che:

$$VKS = \lambda_\odot - \lambda$$

con $\lambda_\odot$ longitudine vera del Sole. Da semplici formule di trigonometria sferica sul triangolo VKS si ottengono allora le seguenti relazioni:

$$\Delta\lambda \cos\beta \;=\; \pi \sin(\lambda_\odot - \lambda) \tag{2.7}$$

$$\Delta\beta \;=\; -\pi \sin\beta \cos(\lambda_\odot - \lambda) \tag{2.8}$$

Se infine indichiamo con x ed y gli spostamenti VA e $V'A$ e quadriamo, otteniamo:

$$\frac{x^2}{\pi^2} + \frac{y^2}{\pi^2 \sin^2\beta} = 1 \tag{2.9}$$

La 2.9 è l'equazione dell'ellisse parallattica, luogo delle posizioni geocentriche assunte dalla stella V' durante l'arco temporale di un anno. Si nota immediatamente che l'asse maggiore dell'ellisse ha sempre valore π mentre quello minore dipende dalla latitudine β e va a zero allorché la stella si trovi a giacere sull'eclittica.

2.3 Il fattore parallattico

Consideriamo nuovamente la sfera celeste con al centro la Terra, sia S la posizione del Sole e V quella della stella di programma (fig. 2.3). I fattori parallattici in longitudine λ e latitudine β saranno dati dalle relazioni:

$$P_\lambda \;=\; R \sin\vartheta_T \sin\phi \tag{2.10}$$

$$P_\beta \;=\; -R \sin\vartheta_T \cos\phi \tag{2.11}$$

dove ϕ è l'angolo tra la direzione della congiungente stella-Sole ed il meridiano passante per la stella. Il triangolo sferico $VV'S$ porta a determinare le seguenti due fondamentali relazioni:

$$\sin\vartheta_T \sin\phi = \sin(\lambda_\odot - \lambda) \tag{2.12}$$

$$\sin\vartheta_T \cos\phi = \cos(\lambda_\odot - \lambda)\sin\beta \tag{2.13}$$

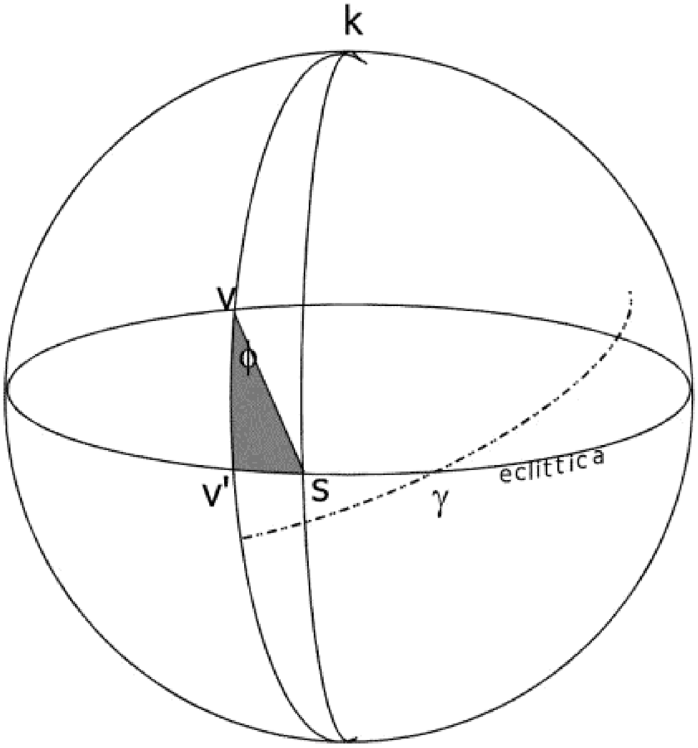

Figura 2.3: *Definizione dei fattori parallattici nel sistema di riferimento eclittico*

Da cui si ricava:

$$P_\lambda = R\sin(\lambda_\odot - \lambda) \tag{2.14}$$

$$P_\beta = -R\cos(\lambda_\odot - \lambda)\sin\beta \tag{2.15}$$

Le coordinate polari R e $\lambda_{\odot}$ della longitudine vera del Sole sono elencate negli almanacchi astronomici. Anche da tale relazione si può vedere come la componente latitudinale del fattore di parallasse dipende da β e sarà nulla allorché la stella si trovi sul piano dell'eclittica ($\beta = 0$).

Nello studio delle parallassi si è soliti trattare con le componenti del fattore parallattico definite rispetto al sistema di riferimento equatoriale, introducendo perciò due componenti P_{α} e P_{δ} in ascensione retta e declinazione. Il ragionamento da seguire è sostanzialmente analogo a quello precedente. Consideriamo infatti la figura 2.4. Sia V la stella di riferimento, S il Sole ed S' l'intersezione del meridiano con l'equatore celeste. Dalle regole di trigonometria sferica si hanno le seguenti relazioni:

$$\cos\lambda_{\odot} = \cos\alpha_{\odot}\cos\delta_{\odot} \tag{2.16}$$

$$\sin\lambda_{\odot}\sin\varepsilon = \sin\delta_{\odot} \tag{2.17}$$

$$\sin\lambda_{\odot}\cos\varepsilon = \sin\alpha_{\odot}\cos\delta_{\odot} \tag{2.18}$$

dove ε è l'angolo che l'eclittica forma con l'equatore celeste e che è stimato valere $\sim 23^{\circ}\,27'$, mentre $\alpha_{\odot}$ e $\delta_{\odot}$ sono ascensione retta e declinazione del Sole.

Indicando inoltre con ω l'angolo $P\hat{V}S'$ si ottengono le due relazioni per il fattore di parallasse:

$$P_{\alpha} = R\sin\vartheta\sin\omega \tag{2.19}$$

$$P_{\delta} = R\sin\vartheta\cos\omega \tag{2.20}$$

Applicando le regole di trigonometria sferica al triangolo $SS'P$ si ha poi:

$$\sin\vartheta\sin\omega = \cos\delta_{\odot}\sin(\alpha_{\odot} - \alpha) \tag{2.21}$$

$$\sin\vartheta\cos\omega = \cos\delta_{\odot}\sin\delta\cos(\alpha_{\odot} - \alpha) - \sin\delta_{\odot}\sin\delta \tag{2.22}$$

Combinando la 2.18 e la 2.22 si ha per la 2.20 la seguente soluzione:

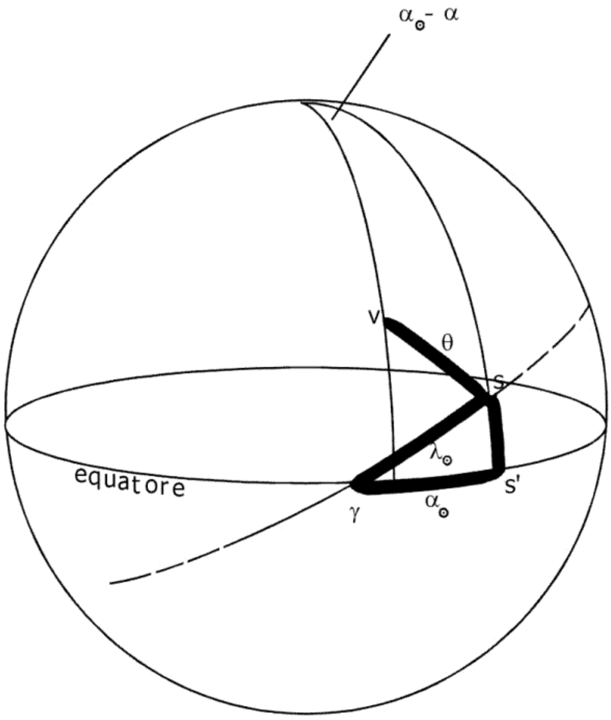

Figura 2.4: *Definizione dei fattori parallattici nel sistema di riferimento equatoriale*

$$P_\alpha = R(\cos\varepsilon\cos\alpha\sin\lambda_\odot - \sin\alpha\cos\lambda_\odot) \tag{2.23}$$

$$P_\delta = R(\sin\varepsilon\cos\delta - \cos\varepsilon\sin\alpha\sin\delta)\sin\lambda_\odot - \cos\alpha\sin\delta\cos\lambda_\odot \tag{2.24}$$

Ascensione retta e declinazione degli oggetti in esame sono relative alle coordinate dell'anno 2000.

Normalmente le formule che esprimono il fattore di parallasse in ascensione retta e declinazione hanno le seguenti espressioni:

$$P_\alpha = R(p\sin\lambda_\odot + q\cos\lambda_\odot) \tag{2.25}$$

$$P_\delta = R(a\sin\lambda_\odot + b\cos\lambda_\odot) \tag{2.26}$$

dove i fattori a, b, p, q introdotti hanno i seguenti significati:

$$a = +0.3797 \cos\delta - 0.9174 \sin\alpha \sin\delta \tag{2.27}$$

$$b = -\cos\alpha \sin\delta \tag{2.28}$$

$$p = +0.9174 \cos\alpha \tag{2.29}$$

$$q = -\sin\alpha \tag{2.30}$$

Un medesimo risultato si può ottenere passando direttamente dalle coordinate eclittiche a quelle equatoriali. In tal caso non sono più necessarie le coordinate $\lambda_\odot$ $\beta_\odot$ del Sole.

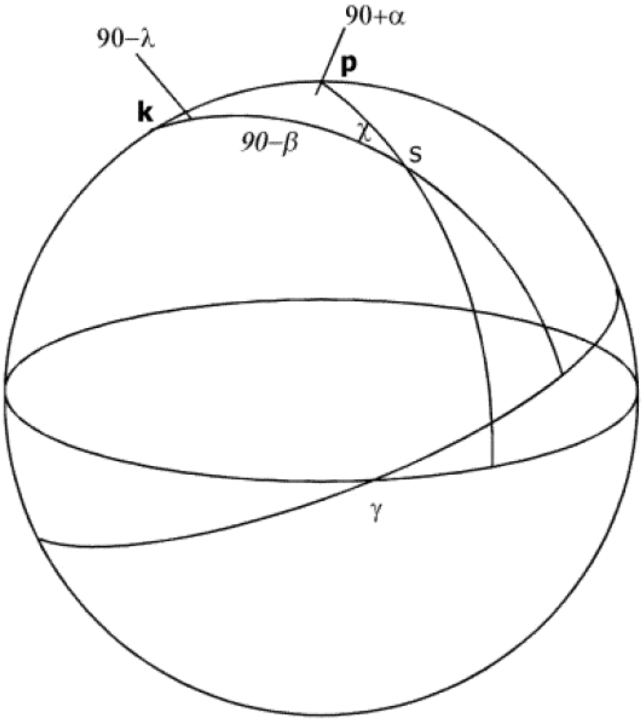

Figura 2.5: *Trasformazione da coordinate eclittiche ad equatoriali*

Le relazioni di trasformazione sono le seguenti:

$$P_\alpha = P_\lambda \cos\chi - P_\beta \sin\chi \tag{2.31}$$

$$P_\delta = P_\lambda \sin\chi + P_\beta \cos\chi \tag{2.32}$$

dove χ rappresenta l'angolo di rotazione tra i due sistemi di coordinate come mostra la figura 2.5. Facendo uso della relazione 2.32 ed avvalendosi delle seguenti leggi di trigonometria sferica:

$$\frac{\sin\chi}{\sin\varepsilon} = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \tag{2.33}$$

$$\cos\chi = \sin\lambda\sin\alpha + \cos\lambda\cos\alpha\cos\varepsilon \tag{2.34}$$

si ottengono le stesse relazioni 2.24 in seguito ad una serie di noiose trasformazioni.

2.4 Definizione di moto proprio

La maggior parte delle stelle di cui si determina la parallasse hanno un notevole moto proprio, dal momento che, come risulterà evidente da questa trattazione, ciò è sinonimo del fatto che tali stelle sono molto vicine.

In contrasto con la definizione classica di stelle “fisse”, anche gli astri godono infatti di un moto proprio, anche se occorrono secoli di norma prima che si possa apprezzare ad occhio nudo tale fenomeno sulla sfera celeste.

Per dare una definizione corretta di moto proprio, si guardi alla figura 2.6. In essa sono riportate la posizione del Sole $S_\odot$, le posizioni successive di una stella (S_1 ed S_2) nell'arco di un anno e le componenti del moto nella direzione trasversale (S_1P) e radiale (S_1Q) rispetto all'osservatore. La componente S_1Q è lungo la linea di vista Sole-stella, essa può essere determinata direttamente solo tramite misure di velocità radiale.

Come premesso, tenendo conto dell'enorme distanza delle stelle, l'entità dello spostamento (misurato in secondi d'arco all'anno) risulta essere molto piccola, per cui è accettabile approssimare il valore dell'angolo μ con quello della sua tangente. Varrà dunque la relazione:

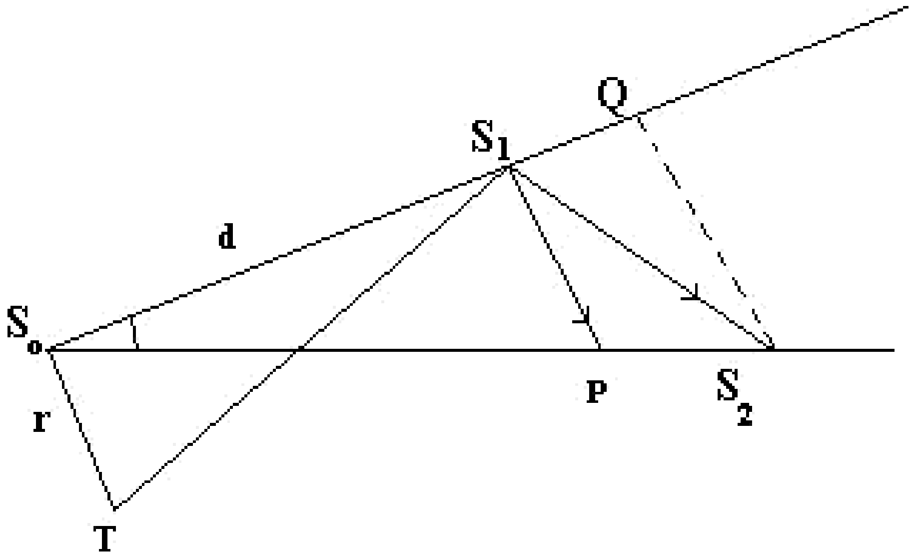

Figura 2.6: *Geometria del moto proprio stellare*

$$\mu \simeq \tan \mu = \frac{S_1 P}{d}$$

Per definizione, μ è il valore di moto proprio annuale di un astro.

Se si vuole determinare il valore del moto proprio in ascensione retta e declinazione si deve nuovamente trasferire il discorso sulla sfera celeste. Indicando (fig. 2.7) con S_1 ed S_2 le posizioni della stella agli istanti t_1 e t_2, il tragitto da essa compiuto sulla sfera celeste potrà essere scomposto in due parti: una componente parallela all'equatore celeste, $S_1 V$, ed una componente lungo il cerchio massimo passante per S_1.

Si nota allora che:

$$\Delta\alpha = S_2 V \sec\delta \simeq \mu_\alpha = \mu \sec\delta \sin\varphi \qquad (2.35)$$

$$\Delta\delta = S_1 V \simeq \mu_\delta = \mu \cos\phi \qquad (2.36)$$

La constatazione che un corpo celeste possiede un moto proprio considerevole è indice del fatto che tale oggetto è relativamente vicino e che conseguentemente

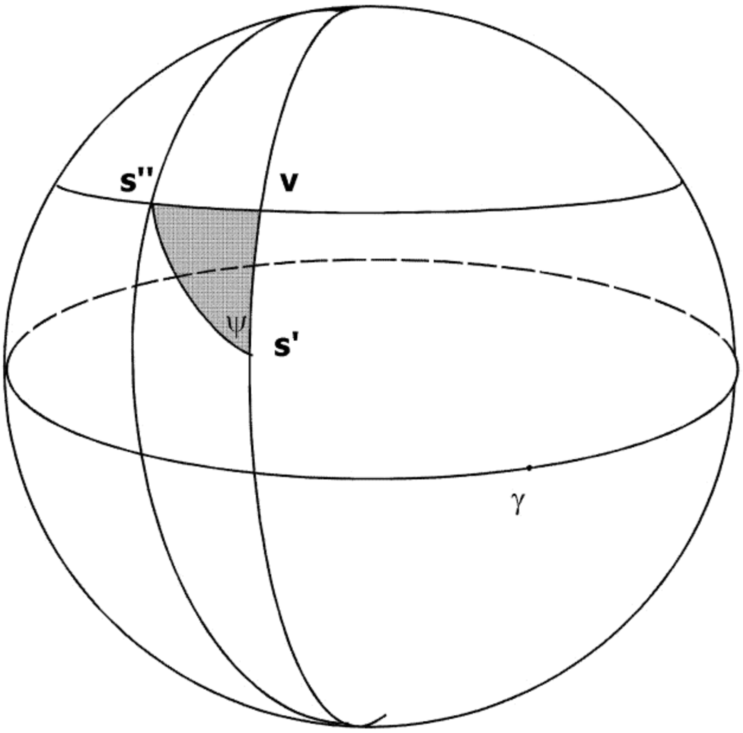

Figura 2.7: *Definizione delle componenti del moto proprio in ascensione retta e declinazione*

si può considerare fattibile una misura diretta della sua parallasse. Questo è uno dei criteri adottati dagli astrometristi per selezionare le stelle di cui occuparsi.

2.5 Coordinate sferiche e coordinate di lastra

Qualora si abbia a che fare con lo sudio di immagini ottenute con il CCD, si deve procedere a determinare le relazioni tra le coordinate degli oggetti sulla sfera celeste e quelle sulle lastre. Al fine di una tale valutazione occorre che si conoscano le coordinate (x,y) sulla lastra. Si consideri la figura 2.8. Sia CO l'asse ottico del telescopio, con O punto d'intersezone di tale asse con il piano della lastra e C centro dell'obiettivo. Sia A il punto d'intersezione del prolungamento di CO con la sfera

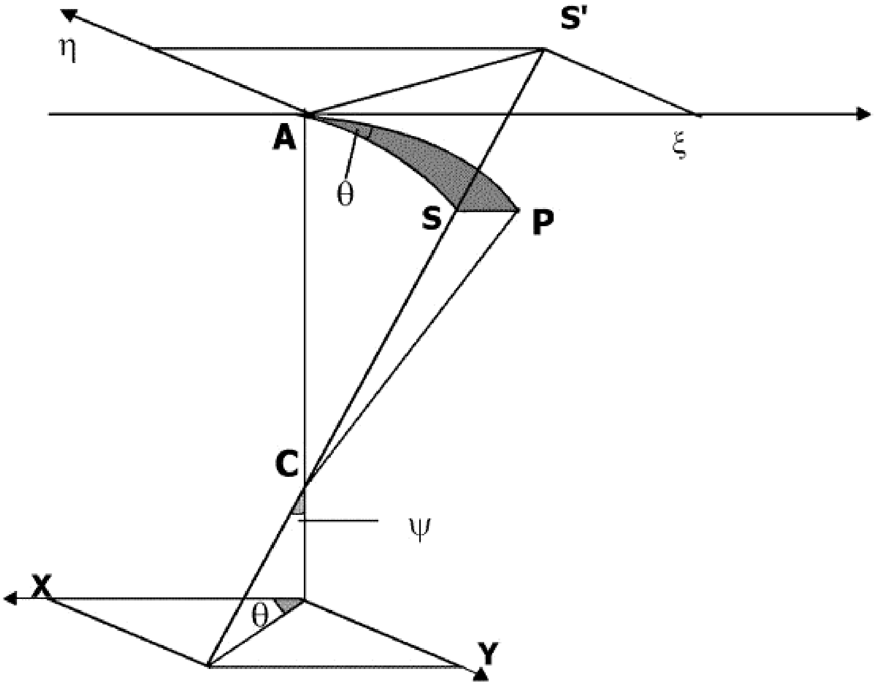

Figura 2.8: *Passaggio da coordinate sferiche a coordinate cartesiane*

celeste. Una stella posta in A sarà focalizzata nel piano della lastra nel punto O. Il punto A rappresenta il punto di tangenza alla sfera celeste. Considerando una stella S sulla sfera celeste, essa sarà vista sulla lastra nel punto S' e sul piano tangente alla sfera nel punto T'.

Dal momento che C è il centro dell'obiettivo, nessun raggio di luce attraverso tale punto verrà deviato, per cui S' prolungamento di C sarà l'immagine di S. Siano $(\xi,\ \eta)$ le *coordinate standard* del punto T riferite ad una accurata scelta di assi ortogonali nel piano tangente alla sfera celeste, con A come loro origine. Chiaramente tali assi saranno focalizzati in una posizione antiparallela a quelli identificati sulla lastra del CCD. Dette x ed y le coordinate del punto S', ci si aspetta idealmente che vi sia una relazione di uguaglianza tra di esse e la coppia

$(\xi,\ \eta)$ del tipo:

$$\begin{aligned} \xi &= x \\ \eta &= y \end{aligned} \tag{2.37}$$

Tuttavia ξ ed η dipendono dalla scelta del punto A e dalle sue coordinate sferiche. La determinazione di A può non essere esatta e ciò comporta una divergenza sistematica tra i due sistemi di coordinate. Il processso di misura di un'immagine CCD può essere soggetto ad errori sistematici che si sommano a quelli già esistenti in ogni processo di misurazione. Occorrerà quindi trovare una relazione che leghi $(\xi,\ \eta)$ ad $(x,\ y)$ e che tenga conto di tale inconveniente.

Innanzitutto occorrerà scrivere le relazioni tra $(\xi,\ \eta)$ e le coordinate equatoriali della stella come ricavate da Fracastoro (1981):

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\cot\delta\sin(\alpha - A)}{\sin D\sin\delta + \cos D\cos\delta\cos(\alpha - A)} \\ \eta &= \frac{\cos D\sin\delta - \sin D\cos\delta\cos(\alpha - A)}{\sin D\sin\delta + \cos D\cos\delta} \end{aligned} \tag{2.38}$$

dove $(A,\ D)$ sono ascensione retta e declinazione dell'origine del piano tangente alla sfera. Si può notare che:

- le coordinate standard dipendono solo dalle coordinate della stella e dalla scelta del punto di tangenza;
- la coppia $(\alpha,\ \delta)$ dipende da un'epoca media standard;
- le coordinate $(A,\ D)$ sono riferite all'equatore standard ed all'equinozio;
- idealmente le coordinate standard dovrebbero coincidere con le coordinate della lastra, ma in pratica esistono differenze sistematiche, dal momento che la lastra copre un campo molto piccolo del cielo, ci si aspetta allora che ξ ed η siano più piccole.

Per esprimere analiticaamente la relazione tra $(\xi,\ \eta)$ e $(x,\ y)$ si ricorre al *metodo dei coefficienti di lastra.*

2.6 Determinazione delle posizioni su un *frame*

Consideriamo i dati relativi ad una sola immagine (*frame*). Sia m il numero di stelle di riferimento in essa presenti. Siano $(\alpha_{\nu,c},\ \delta_{\nu,c})$ le posizioni di dette stelle come ricavate dai cataloghi stellari, con rispettive varianze $\varrho_\nu \cos^2 \delta_{\nu,c}$ e σ_ν. Siano $(\alpha_\nu,\ \delta_\nu)$ le coordinate stimate di tali oggetti e $(\xi_\nu,\ \eta_\nu)$ quelle standard. Potremo allora scrivere la relazione tra i due sistemi di coordinate come:

$$\begin{pmatrix} x_\nu \\ y_\nu \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} \xi_\nu \\ \eta_\nu \end{pmatrix} + \Xi \cdot \mathbf{a} \tag{2.39}$$

dove s è un'approssimazione accurata della lunghezza focale del telescopio, Ξ è la *model matrix* (con due righe) ed $\mathbf{a}$ è il *vettore dei parametri*. Ove si verifichi che $|\Xi \cdot \mathbf{a}| \ll \left| s \begin{pmatrix} \xi_\nu \\ \eta_\nu \end{pmatrix} \right|$, allora $\mathbf{a}$ può essere determinato con il metodo dei minimi quadrati.

Sia Ξ che $\mathbf{a}$ possono assumere differenti forme a seconda delle proprietà del telescopio. Nel nostro caso si è usato il seguente modello a sei costanti:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi & \eta & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi & \eta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} \tag{2.40}$$

Le componenti del vettore $\mathbf{a}$ hanno tutte un significato fisico preciso: i parametri c e c' tengono conto delle differenze tra le origini delle coordinate $(x,\ y)$ dell'immagine e le coordinate standard $(\xi,\ \eta)$; a e b' correggono la lunghezza focale mentre b, a' correggono la rotazione della lastra.

Per il vettore $\mathbf{a}$ si ottiene la seguente soluzione formale (Eichhorn, 1985):

$$\mathbf{a} = \left(\sum_{\nu=1}^{m} \Xi_\nu^T J_\nu \Xi_\nu \right)^{-1} \sum_{\nu=1}^{m} \Xi_\nu^T J_\nu \, \mathrm{d}\nu \tag{2.41}$$

dove per J_ν vale l'espressione:

$$J_\nu = \frac{1}{\nu_\varrho + y_\nu + R^2\sigma\varrho}\begin{pmatrix} (\varrho + y) & Q \\ Q & (\nu + z) \end{pmatrix} \tag{2.42}$$

dove:

- $R = \sqrt{1 + \xi^2 + \eta^2}$;
- $T = \sqrt{\xi^2 + (\cos\delta_0 - \eta\sin\delta_0)^2}$;
- $S = (\xi R^2 \sin\delta_0)T$;
- $U = \frac{\xi R(\sin\delta_0 + \eta\cos\delta_0)}{T}$;
- $V = \frac{R^2(\sin\delta_0 + \eta\cos\delta_0)}{T}$;
- $W = \frac{\xi^2(R\cos\delta_0)}{T} + \frac{V}{R}$;
- $Q = -UW\varrho + SV\sigma$;
- $Y = u^2\varrho + V^2\sigma$;
- $Z = W^2\varrho + S^2\sigma$;
- $\sigma = \sigma_\alpha$;
- $\varrho = \sigma_\delta$;
- α_0 e δ_0 sono le coordinate dell'origine del piano tangente alla sfera.

2.7 Studio delle parallassi relative

Lo studio delle parallassi astrometriche relative è essenzialmente la misura delle posizioni relative della stella di programma rispetto alle stelle di riferimento, nel medesimo campo di vista del CCD. L'apparente posizione dell'oggetto rispetto a quelli di riferimento è legata ad una relazione del tipo:

$$\underline{Posizione} \quad = \quad \underline{moto\,proprio} + \underline{parallasse} + \underline{perturbazioni}$$

Dal momento che il campo di vista del CCD è molto piccolo è più opportuno, come già sottolineato, fare uso delle coordinate cartesiane di lastra (x, y) in relazione alle coordinate sferiche (α, δ) in unità di secondi d'arco. Con il termine *perturbazioni* si intendono quei termini aggiuntivi che tengono conto degli effetti che limitano l'accuratezza nella determinazione della parallasse.

Per ciascuna delle due componenti, si devono ricavare valori relativi a tre incognite, perciò saranno sufficienti tre epoche d'osservazione. Tuttavia maggiore è il numero di immagini a disposizione e più possiamo sperare in un miglioramento della precisione nelle misure. Ne segue che la parallasse di un nuovo oggetto richiede un lungo intervallo di tempo, non inferiore ad un anno. Inoltre per massimizzare la variazione nella posizione dovuta alla parallasse occorre prendere immagini nelle prime ore della notte e nelle ultime del mattino, in modo tale che il fattore parallattico sia grande.

2.7.1 Soluzioni astrometriche

Discutiamo il problema per la componente x, quella y è del tutto analoga.

In primo luogo è necessario ricondurre tutte le stelle prese in una determinata epoca con il CCD ad un sistema di coordinate comune secondo una relazione del tipo:

$$x_{i,s} = a_\nu x_{i,\nu} + b_\nu y_{i,\nu} + c_\nu \tag{2.43}$$

dove si è indicata con $x_{i,s}$ la posizione dell'i-esima stella sulla lastra presa come riferimento e con ($x_{i,\nu}$, $y_{i,\nu}$) le coordinate della medesima stella sulla ν-esima lastra. Le posizioni degli oggetti sulle varie lastre saranno ricavate riferendole alle posizioni degli oggetti stessi su di una lastra scelta come riferimento. La procedura seguita fa uso del metodo dei Minimi Quadrati.

Una volta eseguita una tale operazione, sui cui dettagli rimandiamo al capitolo 8, si procede alla determinazione di μ e π. Nel nuovo sistema di coordinate standard le varie osservazioni sono combinate come segue:

$$x_i = x_0 + \mu_x t_i + \pi P_{x_i} \tag{2.44}$$

dove $\mu_x t_i$ è il moto proprio della stella ed è secolare: μ_x è espresso in arcsec/anno e t_i è l'epoca d'osservazione. La parallasse invece è globalmente periodica, con la periodicità regolata dalla forma analitica del fattore parallattico P_{x_i}. Al fine di avere una buona stima di tali quantità per la stella di programma, quest'ultima non deve essere considerata allorché si proceda alla determinazione del sistema di coordinate standard, così come è necessario escludere quelle stelle di riferimento che godono di un moto proprio grande. Il processo è quindi iterativo: dopo una prima analisi si eliminano quegli oggetti ritenuti non idonei e si procede ad una nuova validazione del sistema standard e delle parallassi.

2.7.2 Parallasse relativa e parallasse assoluta

I valori ottenuti dall'equazione 2.44 sono tutti relativi alle stelle di riferimento del campo. Il moto proprio medio e la parallasse della lastra di riferimento possono essere sommati ai valori relativi in modo da ottenere i valori assoluti cercati. Una possibile soluzione consiste nell'includere nel frame di riferimento un oggetto quasi stellare (un *QSO*) o altri oggetti extragalattici, quindi aggiustare la soluzione in modo che il suo moto proprio e la sua parallasse siano nulli. Un'altra procedura prevede di misurare le parallassi spettroscopiche di tutte le stelle di riferimento e calcolare così la parallasse media del frame. Solitamente però queste alternative non vengono adottate: si è soliti procedere, infatti, ad una correzione statistica basata sulla magnitudine e sul colore del frame di riferimento.

La necessità di correggere il valore relativo di parallasse tenendo conto di quelle degli oggetti di "sfondo", per avere una misura assoluta della distanza della stella di

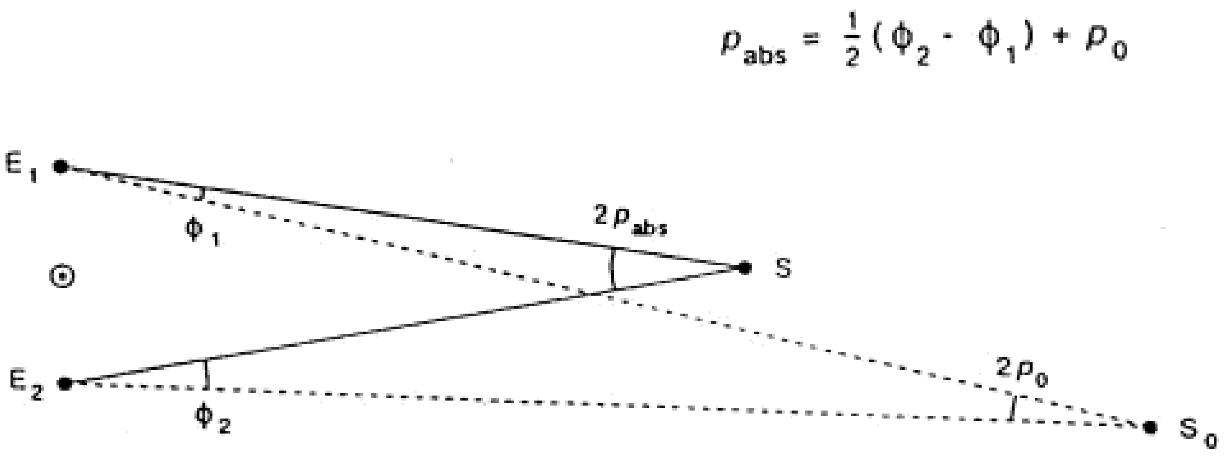

Figura 2.9: *Misura di parallassi assolute con l'astrometria relativa, a campo stretto*

programma, si intuisce chiaramente osservando la figura 2.9. È qui evidente il principio di misurazione: per avere la parallasse assoluta p_{abs} nell'astrometria a campo ristretto devo aggiungere la parallasse media p_0 della stella di riferimento, che sarà piccola ma non zero. Con una misura di tipo globale, come si vede in figura 2.10, è possibile viceversa disinteressarsi completamente della distanza delle stelle di riferimento, potendo scegliere di effettuare misure a grandi angoli, cosa che da terra non è possibile fare a causa dei problemi derivanti dalla presenza dell'atmosfera. Con questo metodo si può quindi calcolare direttamente la parallasse trigonometrica assoluta della stella, senza ulteriori considerazioni geometriche.

Sono due le metodologie più spesso utilizzate per ottenere da terra una misura assoluta della distanza di un corpo celeste a partire dalle misure relative: tra di esse non si annovera il metodo che sfrutta l'introduzione di un oggetto a grandi distanze (tali da poter assumere per lui $\pi = 0$), ipotesi di base che risulta essere più restrittiva e meno realistica, dal momento che in tal modo si presuppone che esista sempre un tale oggetto entro il campo utilizzato per la stella di parallasse. Il processo per determinare la correzione ("CRA", *Correction from Relative to Absolute*) è fonte di errori aggiuntivi nel bilancio totale dell'errore nel programma

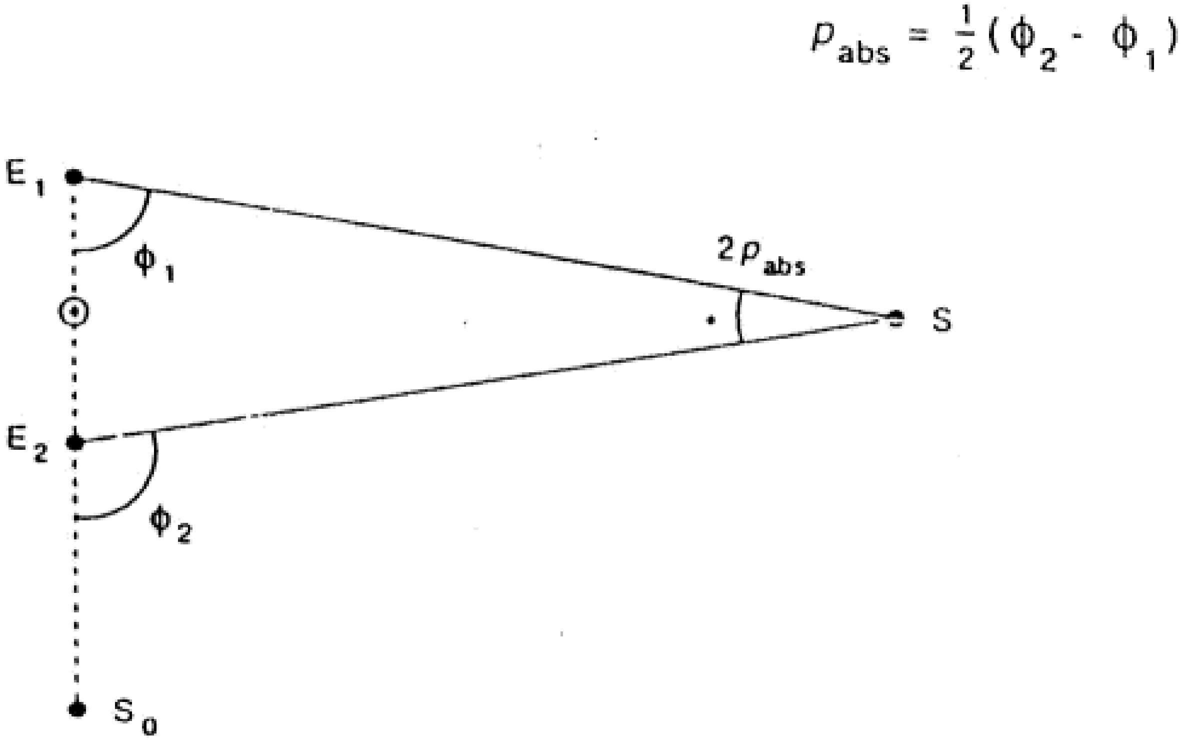

Figura 2.10: *Misura di parallassi assolute con l'astrometria globale*

di determinazione della parallasse. La dimensione della correzione nel "CRA" varia approssimativamente nel range 1-10 mas. Quando gli errori in una normale parallasse relativa erano $\geq$ 10 mas, ad esempio fino a quando si utilizzavano lastre fotografiche, l'errore per CRA era trascurabile. Tuttavia la superiore precisione raggiunta negli ultimi anni sulla determinazione della parallasse ha fatto sì che l'ordine di grandezza nella valutazione dell'errore sulla parallasse relativa divenisse dell'ordine di 1 mas, cosicché l'errore per CRA è diventato significativo. I metodi per determinare il passaggio da misure relative ad assolute sono come detto due:

- CRA utilizzando modelli galattici;
- CRA utilizzando osservazioni spettroscopiche.

CRA con modelli galattici

In questo caso si ricavano le parallassi medie delle stelle di fondo come funzione della latitudine galattica e della magnitudine media apparente per un dato modello galattico. Quest'ultima si ottiene da una stima della distanza media alla quale si trovano le stelle in una particolare direzione (previsione *model-dependent*). All'atto della riduzione dei dati si può determinare la CRA interpolando i risultati di Van Altena (1988, in "Calibration of stellar Ages") alla magnitudine media delle stelle del campo. Tuttavia una tale procedura comporta una serie di problemi:

- i moderni CCD operano entro campi molto piccoli, inferiori a 0°.1 per lato; si tratta di campionamenti più piccoli di quelli che i correnti modelli galattici sono in grado di prendere in considerazione;
- questa metodologia non permette di pesare direttamente i contributi in CRA dovuti ad oggetti singoli;
- in una determinata esposizione la distribuzione stellare è dominata dalle stelle deboli, che per di più sono anche quelle centrate con minor precisione: il maggior peso nella determinazione della CRA ce l'hanno proprio gli oggetto che si stimano nella maniera più approssimativa!;
- l'arrossamento su piccole scale non è descrivibile in modo realistico.

CRA con metodi spettroscopici

In questo secondo caso, si deve determinare un valore medio di parallasse per le stelle di fondo basandosi sul valore parallattico noto (spettroscopicamente o fotometricamente) di una stella di riferimento, sostanzialmente dunque il peso maggiore sulla correzione CRA è quello portato dalla misura di luminosità degli oggetti di riferimento. Anche questa metodologia non è esente da problemi:

- ottenere una classificazione spettrale (attraverso la quale, con l'equazione del modulo di distanza, risalire alla parallasse dell'oggetto) è difficile e richiede un lungo intervallo di tempo;

- la calibrazione è grossolana, cosicché in alcuni casi si possono avere errori grandi dovuti a stime non corrette di classi spettrali degli oggetti di riferimento

L'errore totale può essere stimato mediante una propagazione degli errori nell'equazione del modulo di distanza (Smart 1996):

$$\frac{\sigma_\pi}{\pi} = 0.46\sqrt{\sigma_M^2 + \sigma_m^2 + 3.21^2(\sigma_{(b-v)_o}^2 + \sigma_{(b-v)}^2 + 0.5^2} \tag{2.45}$$

dove σ_M e $\sigma_{(b-v)_o}$ sono errori intrinseci, $\sigma_{(b-v)}$ e σ_m sono gli errori d'osservazione e dove si è fissato un valore dell'assorbimento selettivo pari a 3.21.

Questo è il metodo standard adottato presso l'Osservatorio di Allegheny, che usa larghi campi e stelle di riferimento brillanti: lo strumento in funzione in quel sito, il MAP (*Multichannel Astrometric Photometer*), si avvale dell'uso di fotomoltiplicatori, non impiega la tecnica CCD.

Capitolo 3

LA STRUMENTAZIONE: IL TELESCOPIO REOSC E IL RIVELATORE CCD

3.1 Il Telescopio REOSC

Nelle loro campagne osservative gli astrometristi dell'Osservatorio astronomico di Torino si avvalgono del telescopio riflettore da 105 cm REOSC, installato nel 1974.

Una della principali caratteristiche del suo schema ottico consiste nel notevole campo esente da coma[1], ottenuto dal piccolo rapporto di apertura dello specchio primario parabolico (f/10) e dalla facilità con la quale si ottiene una collimazione rigorosa, grazie allo specchio secondario piano. Quest'ultimo è posto in asse con il primario a distanza di poco inferiore alla metà della sua focale, mentre il fuoco si trova dietro lo specchio principale, come mostra la figura 3.1.

Il tubo del telescopio è formato da una struttura centrale circolare di forma quadrata all'esterno, da un anello costituente la bocca del telescopio collegato alla precedente tramite una montatura a giorno e da un tubo rigido congiungente il

---

[1] Il coma è l'aberrazione che dà luogo all'aspetto "cometario" dell'immagine di una sorgente posta lontano dall'asse ottico.

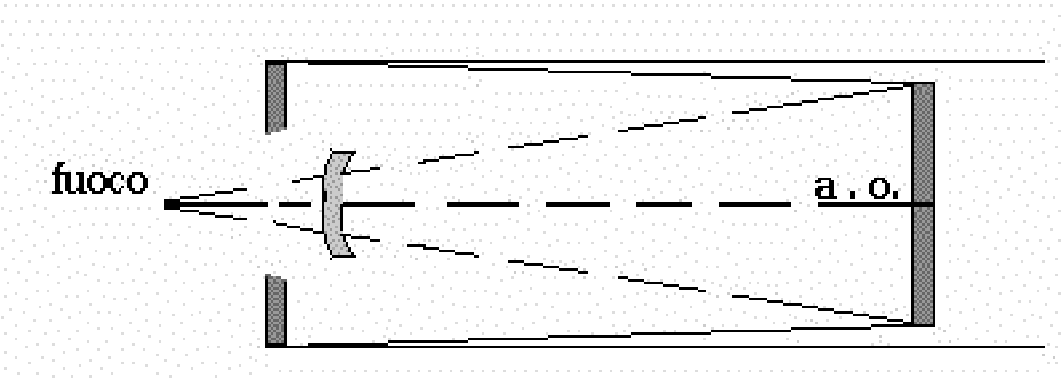

Figura 3.1: *Schema ottico del telescopio astrometrico di Flagstaff (Arizona), gemello del REOSC*

barilozzo dello specchio principale e la struttura centrale. La montatura è di tipo equatoriale a forcella, montata sull'asse orario costituito da un cono che penetra nello zoccolo del telescopio e da un tubo di grande diametro (fig. 3.2).

Dalla consolle, situata in una camera riscaldata sottostante la cupola, e collegata al computer di controllo del telescopio, si comandano: i movimenti in ascensione retta e declinazione tramite due manopole (movimenti rapidi) o un mouse (movimenti fini), l'otturatore di protezione dello specchio principale e la ruota portafiltri. Tutte queste operazioni vengono seguite sul monitor del computer utilizzando l'ambiente Windows.

Le caratteristiche generali dell'ottica del telescopio sono riportate nella tabella 3.1. Va notato che durante la campagna osservativa dell'anno scorso, nell'Aprile 1997, lo specchio principale è stato rialluminato.

Il sistema fotometrico da noi utilizzato comprende i filtri definiti dal sistema Johnson-Kron-Cousin (Bessel 1976) e copre una banda spettrale più ampia di quella del classico sistema di Johnson. La tabella 3.2 riassume le caratteristiche dei filtri impiegati. Le curve di efficienza sono riprodotte in figura 3.3: si nota la differenza dal sistema fotometrico originale nei filtri V e I, molto più efficienti grazie alle migliori performances del rivelatore CCD a queste lunghezze d'onda

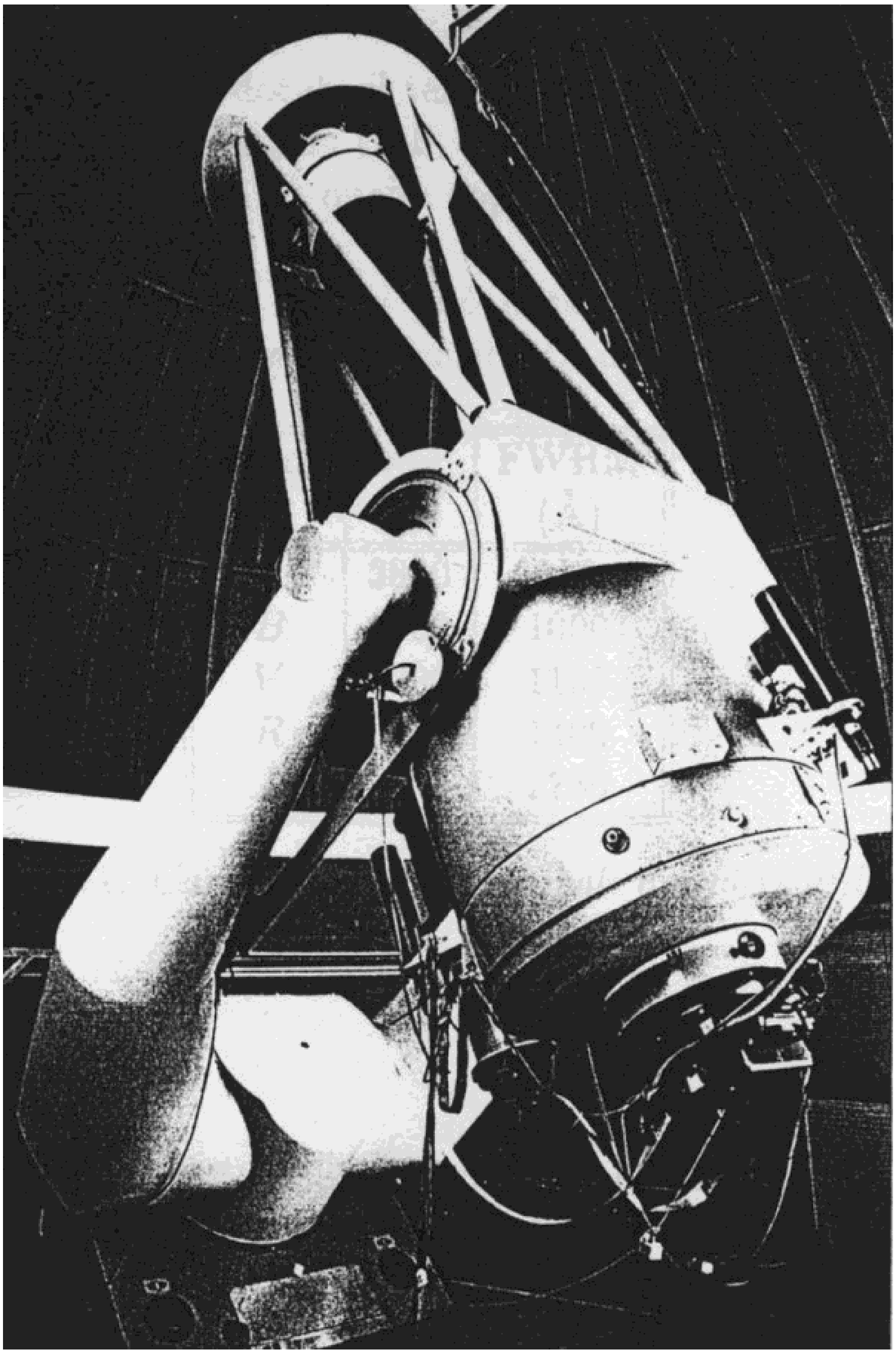

Figura 3.2: *Visione d'insieme del telescopio REOSC*

SPECCHIO PRINCIPALE PARABOLICO	
Materiale	Silice fusa a coefficiente di dilatazione pressoché nullo
Diametro totale	106 cm
Diametro utile	104 cm
Focale	9943 mm
Spessore al bordo	17 cm
Scala	20.747 arcsec/mm
Foro centrale	Diametro di 25 cm
Precisione	1/10 di lunghezza d'onda
Trattamento riflettente	Alluminatura protetta con deposito di monossido di carbonio
SPECCHIO SECONDARIO PIANO	
Materiale	Silice fusa a coefficiente di dilatazione pressoché nullo
Diametro totale	61 cm
Diametro utile	67 cm
Spessore al bordo	8.5 cm
Precisione	1/10 di lunghezza d'onda
Raggio di curvatura	Superiore ai 100 km
Trattamento riflettente	Alluminatura protetta con deposito di monossido di carbonio
DISTANZA MEDIA TRA I DUE SPECCHI = 472 cm	

Tabella 3.1: *Caratteristiche generali delle ottiche del telescopio REOSC*

FILTRO	λ (Å)	FWHM (Å)
U	3800	300
B	4400	1000
V	5500	1100
R	5900	1400
I	7900	2750

Tabella 3.2: *Caratteristiche principali dei filtri usati*

(Casalegno et al. 1995).

3.2 Il rivelatore CCD

Come già accennato nell'introduzione, dalla metà degli anni '70, grazie ai considerevoli progressi dell'elettronica, della fisica dello stato solido ed all'utilizzo di calcolatori per la progettazione, il controllo e la gestione delle apparecchiature scientifiche, è stato introdotto in astronomia un nuovo tipo di rivelatore fotometrico di radiazione ad alta sensibilità, noto con la sigla CCD (*Charge Coupled Device*, rivelatore a scorrimento di carica). Esso è stato ideato nel 1969 come circuito digitale con un registro di scorrimento per funzioni di linea di ritardo e di elemento di memoria; il suo principio di funzionamento era basato sul trasferimento di informazioni digitali (codificate sotto forma di pacchetti di carica elettrica iniettati dall'esterno) tramite segnali applicati dall'esterno da una serie di elettrodi di pilotaggio. Si notò dai test che la carica tendeva a crescere con il livello di illuminamento. Per questo la ricerca si è successivamente estesa allo studio della

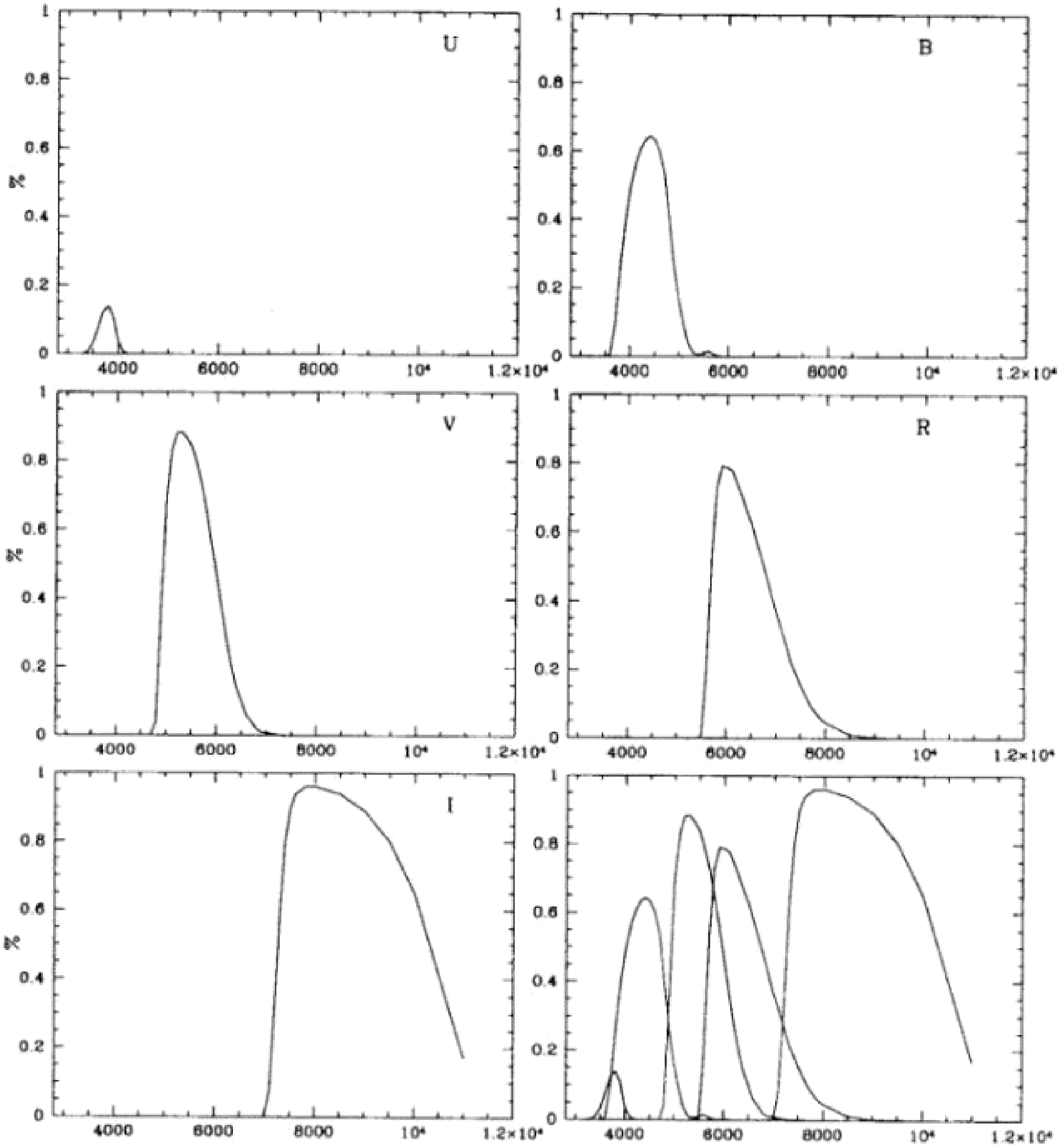

Figura 3.3: *Efficienza quantica del sistema fotometrico utilizzato nelle osservazioni*

risposta di tali dispositivi alla radiazione con il risultato dell'apertura di un vasto campo di applicazioni sia scientifiche sia commerciali (videocamere).

L'applicabilità dei CCD alla rivelazione di radiazione elettromagnetica (in particolare nella banda visibile) è legata al fatto che i semiconduttori sono soggetti ad effetto fotoelettrico interno: i fotoni incidenti possono cedere energia ad alcune cariche del materiale, creando così una coppia elettrone-lacuna tramite il passaggio di un elettrone dalla banda di valenza a quella di conduzione. La raccolta di queste cariche permette di ottenere un segnale elettrico legato alla radiazione incidente. L'intervallo di sensibilità dei dispositivi al silicio è molto esteso rispetto all'occhio umano oppure una comune lastra fotografica, permettendo di conseguenza di estendere l'impiego dei CCD ad un vasto campo di applicazioni.

3.2.1 Struttura fisica del rivelatore

I CCD vengono realizzati impiantando una serie di rivelatori a stato solido di altissima sensibilità su di una lastra di silicio monocristallino ad elevatissima purezza. Uno dei pricipali vantaggi dell'uso del silicio rispetto ad altri semiconduttori è la relativa facilità di realizzare circuiti complessi (drogaggio, fotolitografia), dato l'utilizzo di apparecchiature, metodi e materiali d'uso industriale ampiamente noti e disponibili.

Il CCD si presenta esteriormente come un circuito integrato contenente una matrice di dimensioni opportune di forma quadrata o rettangolare, costituita da elementi fotosensibili in grado di generare fotoelettroni ogni qualvolta siano investiti da fotoni. Si tratta di un rivelatore bidimensionale, costituito da una vetriera ordinata per righe e per colonne di singoli sensori comunemente chiamati *pixels* (da "picture elements", elementi d'immagine). Dalla distribuzione della luce si ottiene una distribuzione di cariche elettriche e da qui una sequenza di numeri, ciascuno corrispondente alla quantità di luce in un punto dell'immagine. La divisione spaziale del rivelatore in pixels è ottenuta in modo assisimmetrico: i fotoelettroni sono confinati lungo colonne parallele di elementi fotosensibili chiamati *canali*, tra le quali viene impedita ogni comunicazione mediante l'erezione di barriere di potenziale denominate *arresti di canale* (*channel stop*). Le righe sono definite da livelli di tensione fissati su deteminati elettroni di controllo ("elettroni di clock") che si estendono lungo tutto il CCD. Il processo di lettura effettuato dal rivelatore è visualizzato in figura 3.4.

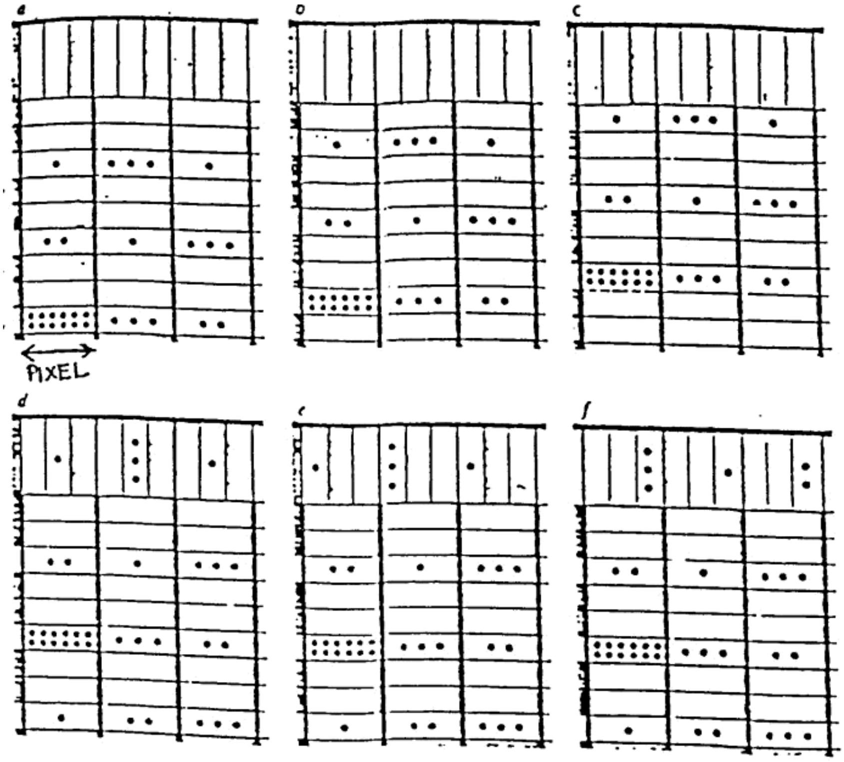

Figura 3.4: *Schema del sistema di lettura di un CCD*

Conversione foto-elettronica

Il silicio cristallino è un materiale semiconduttore avente una banda proibita di 1.12 eV. Il meccanismo di rivelazione per effetto fotoelettrico interno pone un limite intrinseco alla sensibilità dei dispositivi: poiché i fotoni di energia inferiore alla banda proibita del silicio non sono in grado di creare cariche, esiste una lunghezza d'onda λ_t detta "di taglio" (*cut-off frequency*) al di sopra della quale la radiazione non genera cariche e quindi non viene rivelata:

$$h\nu_t = \frac{hc}{\lambda_t} = E_{cut}$$

La lunghezza d'onda di taglio del silicio è di circa 1.1 μm.

Cella MOS di integrazione

Una volta che si è creata una coppia di cariche libere, ammesso di riuscire a separarle e raccoglierle, si ottiene un rivelatore di integrazione, nel quale la quantità di carica accumulata corrisponde al numero di fotoni giunti in un dato intervallo di tempo (tramite un fattore di proporzionalità che è essenzialmente l'*efficienza quantica*, cioè la probabilità che un fotone incidente crei le cariche nel materiale). Applicando un campo elettrico si trascinano verso l'elettrodo positivo gli elettroni ed in direzione opposta le lacune. Per raccogliere le cariche in arrivo occorre un condensatore che le accumuli su degli elettrodi. Questa funzione è assolta dai pixels del CCD: essi sono dei condensatori costruiti nel silicio, caricati inizialmente ad un livello di tensione noto per creare il campo elettrico di raccolta. Di essi si legge il livello di tensione raggiunto dopo un'esposizione al fine di valutare la quantità di luce raccolta, proporzionale alla carica.

Sia Δt l'intervallo di tempo di durata dell'esposizione, iniziata all'istante t_0, C la capacità di raccolta del pixel, $i(t)$ la fotocorrente legata al flusso luminoso $N(t)$ da vari fattori raggruppati nell'efficienza quantica η; il segnale di tensione ΔV raccolto sarà allora dato dall'equazione 3.1:

$$\Delta V = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{i(t)}{C}\,\mathrm{d}t = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{\eta}{C} N(t)\,\mathrm{d}t \tag{3.1}$$

Il principale vantaggio nell'utilizzare un rivelatore di integrazione consiste nell'opportunità, che tali strumenti offrono, di misurare anche oggetti deboli (con un flusso di pochi fotoni al secondo) aumentando semplicemente il tempo d'esposizione.

Un pixel è formato da tre fotocondensatori MOS affiancati: uno dei tre è mantenuto a potenziale minore rispetto agli altri due, formando così una buca di potenziale nella quale si accumulano gli elettroni prodotti durante l'esposizione; gli altri due condensatori laterali rappresentano barriere di separazione tra pixels.

Saturazione: Effetto *bleeding*

L'accumulo di cariche sotto gli elettrodi riduce il campo elettrico effettivo di raccolta. Ne consegue che il segnale non può crescere indefinitamente e, per flussi sufficientemente intensi, si giunge alla *saturazione*: le ulteriori cariche generate non contribuiscono ad aumentare il segnale elettrico del pixel, bensì si riversano sui pixels vicini lungo la direzione delle colonne. Come conseguenza l'immagine di un oggetto sovraesposto apparrà associata a striature verticali, dovute alla carica che trabocca lungo le colonne. Questo fenomeno è detto "*bleeding*".

Scorrimento di carica

Il passo successivo alla creazione di un pacchetto di carica in un pixel è la sua estrazione al fine di una misurazione. Il procedimento usato consiste nel far scorrere i pacchetti di carica lungo il dispositivo fino ai circuiti d'uscita dove il segnale da carica è trasformato in tensione. Ed è proprio da tale metodologia che nasce il nome di CCD attribuito al dispositivo. Essa permette di convogliare le informazioni (della matrice di pacchetti di carica accumulati nell'esposizione) su una sola linea di lettura, servita da un singolo canale d'acquisizione.

Per ottenere ciò occorre cambiare in sequenza opportuna la polarizzazione degli elettroni di clock spostando la buca di potenziale ed il pacchetto di carica in essa contenuto. Così facendo, si sposta tutta la matrice di cariche di un passo verso l'alto, in modo che tutte le cariche poste nella riga più in alto si riversino nel registro orizzontale d'uscita. Secondo il medesimo principio, tale fila di cariche viene spostata lateralmente un passo alla volta, riversando un pacchetto di carica dopo l'altro nell'amplificatore d'uscita (fig. 3.4)

3.2.2 Efficienza quantica e linearità della risposta

Uno dei pregi fondamentali del CCD risiede nella sua efficienza quantica, che permette di ottenere prestazioni migliori sull'intero spettro ottico rispetto, ad esempio, alle comuni lastre fotografiche precedentemente usate in astronomia (fa eccezione la banda ultravioletta, dal momento che il silicio assorbe fortemente la radiazione nel blu, quindi è richiesta una conversione dei fotoni UV in fotoni del visibile). La figura 3.5 mostra un grafico delle efficienze di diversi tipi di rivelatori, a conferma dei pregi dei CCD.

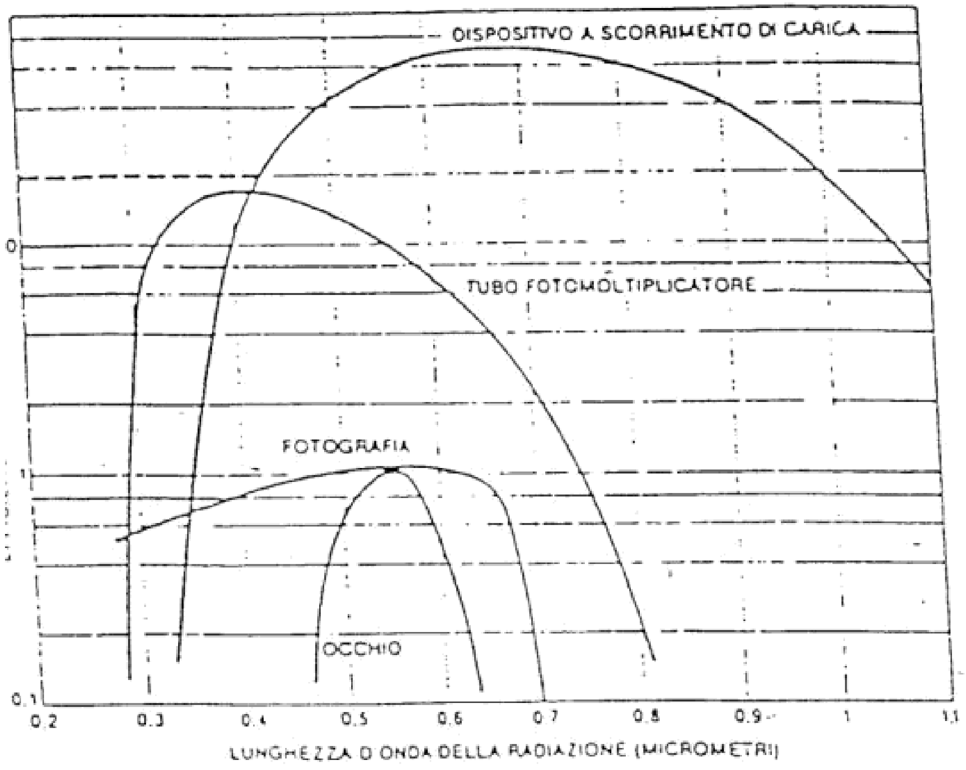

Figura 3.5: *Confronto di efficienze quantiche per diversi tipi di rivelatori*

L'efficienza quantica può non essere la stessa per tutti i pixels per svariate cause: tra le più rilevanti, difetti in fase di fabbricazione oppure presenza di particelle di polvere che modificano (in peggio) la sensibilità. Per ovviare a tale problema, sia pur parzialmente, si effettuano immagini su uno sfondo uniforme: i cosiddetti *flat* *fields* (campi piatti).

Il rivelatore CCD presenta anche una notevole linearità nella risposta su di un ampio intervallo dinamico, permettendo anche la misura di grandi variazioni di luminosità. Il range dinamico utile si esprime come rapporto tra la massima e la minima intensità luminosa rilevabile, estremi definiti rispettivamente dalla saturazione dei pixels e dal rumore di fondo.

Grazie alla linearità, il segnale in tensione in uscita dallo strumento è esattamente proporzionale alla quantità di luce giunta nel CCD stesso, proprietà questa sconosciuta alle vecchie lastre fotografiche.

3.2.3 Inconvenienti e limiti strutturali

Il trasferimento delle cariche da un canale all'altro, che costituisce la fase di lettura dell'informazione contenuta nel CCD, presenta sovente dei problemi dovuti alla possibilità che un certo numero di elettroni si perda o si mescoli con quelli provenienti da altre celle, provocando un offuscamento dell'immagine. Questo inconveniente può essere attribuito a diverse cause:

1) fenomeni di saturazione, ossia buche di potenziale totalmente piene;

2) presenza di offset, cioè differenze sistematiche dei relativi valori di zero. La matrice dei valori di zero è detta *bias* e sarà descritta nei particolari nel prossimo capitolo. Essa deve essere sottratta dalle matrici di segnale effettivamente raccolte per definire il vero valore ottenuto dall'esposizione;

3) esistenza di pixels difettosi lungo il cammino di trasferimento;

4) difetti di fabbricazione;

5) energia di moto termico degli atomi, in grado di creare elettroni anche in assenza di luce ("corrente di oscurità"). A temperatura ambiente la corrente tipica di un CCD è di 10^4 elettroni per secondo per pixel, tale da poterne

provocare la saturazione in pochi secondi: la soluzione del problema consiste nel raffreddamento del dispositivo semiconduttore alla temperatura di ∼135 °K, in modo da abbassare la corrente fino a soli 30 elettroni per pixel per ora;

6) contaminazione di raggi cosmici che possono essere arrestati nel loro cammino dallo strato sensibile di silicio che costituisce il CCD. Si è dimostrato che essi possono rilasciare energie tali da produrre circa 80 elettroni per pixel per micron di spessore del silicio, sufficienti a saturare il pixel colpito. Per porre rimedio a tale inconveniente si può procedere effettuando due pose della stessa zona di cielo, quindi confrontarle per eliminare i pixels contaminati.

Capitolo 4

METODI DI ACQUISIZIONE E RIDUZIONE DI IMMAGINI

4.1 Procedura di base per l'osservatore

Per la realizzazione del nostro lavoro di ricerca è necessario poter usufruire di immagini relative a molte notti d'osservazione. Il nostro primo dovere è stato, quindi, acquisire dimestichezza con le procedure operative al telescopio. Di seguito riportiamo in forma schematica i vari passi da compiere per iniziare e concludere una sessione di osservazioni presso il telescopio REOSC.

4.1.1 Inizio sessione

1. Apertura della cupola, dopo aver verificato che le condizioni di umidità lo consentano. Qualora l'umidità percentuale superi l'85% è vietato procedere all'apertura dello specchio principale.

2. Verifica del puntamento, ossia controllo visuale della ruota dentata (con indicatore a $\delta = +20^\circ$, angolo orario a 0°) considerando la base della forcella.

3. Verifica che lo strumento operi entro i limiti meccanici, consistente nel controllo a vista del marcatore del braccio sinistro della forcella. Se necessario riportare entro i limiti tramite i controlli di movimento fine.
4. Apertura del diaframma a slitta.
5. Misura di temperatura ed umidità e conseguente regolazione del fuoco del telescopio.
6. Registrazione sul giornale delle osservazioni delle condizioni rilevate al punto precedente.
7. Attivazione della consolle per mezzo della chiave.
8. Spostamento del telescopio a $\delta = -30°$ per togliere il tappo allo specchio secondario (utilizzando la piattaforma nella cupola).
9. Rimozione dei tappi dai telescopi cercatori (due Cassegrain da 10 e 25 cm).
10. Riposizionamento del telescopio a $\delta = 0°$.
11. Apertura dell'otturatore del telescopio dalla consolle di comando.
12. Reset dei filtri ($UBVRI$ ed interferenziali).
13. Verifica di data ed orario riportate dal computer. Il computer di controllo della consolle non tiene conto dei cambiamenti d'ora legale-solare e viceversa.

4.1.2 Osservazioni

Prima di iniziare il lavoro vero e proprio, occorre eliminare, dopo aver controllato che siano stati trasferiti, i files dell'ultima notte d'osservazione, quindi si procede nel seguente modo:

1. Esecuzione dei *bias*, selezionando con il mouse il tasto digitale *immagine* dalla tavola di comandi collegata al computer ed esponendo a 0 secondi. È necessario farne almeno tre. Nel paragrafo successivo sarà illustrata l'importanza di tali esposizioni preliminari.

2. Esecuzione dei *flat fields*, preferibilmente in numero dispari (anche in questo caso si vedano i paragrafi successivi). Si punta a $\delta \simeq 45°$, in condizioni di crepuscolo, cominciando con i filtri meno efficienti e fornendo tempi di esposizione opportuni (in genere pochi secondi in modo tale da non oltrepassare i 30000 conteggi in fase di acquisizione con il CCD).

3. Inserimento del moto orario passando al modo *track on* tramite consolle.

4. Set point del telescopio: si deve puntare una stella brillante (2^m o 3^m), vicina al meridiano, centrata per mezzo del reticolo illuminato al cercatore da 25 cm e dei movimenti di guida fini. Questa procedura per l'assegnazione delle prime coordinate della notte (riferimento per il calcolo di tutte le posizioni successive) può essere ovviata puntando una stella di programma per la quale siano ben conosciute le coordinate.

5. Puntamento della sorgente selezionata nella lista di quelle di programma, scelta per tempo, affinché la sorgente stessa si trovi a passare vicino al meridiano.

6. Prima immagine del campo per il riconoscimento ed il successivo centraggio, della durata di almeno trenta secondi. sono richiesti il nome della sorgente, il tempo di esposizione in millisecondi ed il commento sul filtro usato.

7. Centraggio della sorgente, servendosi di un monitor che riporta l'immagine del campo presa in 30 sec e scaricata dalla camera CCD.

8. Esecuzione della nuova immagine, con un opportuno tempo d'esposizione.

9. Trasferimento delle immagini dal PC di controllo del telescopio all'area VAX, per le successive procedure di riduzione.

4.1.3 Fine sessione

Alla fine della notte, dopo essersi accertati dell'avvenuto trasferimento dei dati, si procede come segue:

1. Rimozione del moto orario selezionando il modo *track off*.
2. Chiusura dell'otturatore del telescopio tramite comandi di consolle.
3. Spostamento del telescopio a $\delta \simeq -30°$ per mettere il tappo al secondario.
4. Apposizione dei tappi ai telescopi cercatori.
5. Posizionamento del telescopio in meridiano ed in posizione di riposo (HA = 0:00:00, $\delta = +20°$).
6. Spegnimento della consolle di comando tramite chiave apposita.

L'osservatore è tenuto anche ad eseguire il *refill* della camera CCD del telescopio iniettando azoto liquido, al fine di mantenere il rivelatore ad una temperatura adatta (vedi capitolo precedente) e costante.

4.2 Notti astrometriche e notti fotometriche

Le operazioni suelencate sono quelle di base che un qualsiasi individuo che si avvicini con interesse all'osservazione deve, indiscutibilmente, conoscere. Allorché, però, l'osservazione sia finalizzata ad uno scopo ben preciso, occorrerà condurla considerando ulteriori specifiche. Nel nostro caso, due sono le procedure seguite, una finalizzata all'acquisizione di immagini dei campi per lo studio delle parallassi, l'altra all'acquisizione della fotometria dei campi stessi.

4.2.1 Acquisizioni astrometriche

Gli oggetti seguiti durante le notti astrometriche sono le stelle vicine e deboli descritte nel primo capitolo della tesi e riportate nell'elenco di pag. 122.

Al fine di riconoscere la sorgente all'interno del campo stellare si sono utilizzate le cartine di ricerca (*finding charts*) ottenute tramite ricerche bibliografiche o banche dati.

Il filtro usato per l'acquisizione delle immagini è il filtro I, che, come si è visto nella figura 3.3 del capitolo precedente, ha la più elevata efficienza.

Le ore più utili all'osservazione sono le prime della notte e le ultime del mattino, del momento che nel cuore della notte il fattore parallattico è molto piccolo. Le immagini vanno eseguite in prossimità del passaggio al meridiano al fine di ridurre i problemi legati alla rifrazione delle stelle del campo. Essendo esse di diverso colore, subiranno infatti una differente rifrazione, di cui bisognerà tener conto per non incrementare l'errore nella determinazione della parallasse: tale fenomeno di rifrazione differenziale di colore va sotto il nome di Effetto DCR (*Differential Color Refraction*) Si è cercato allora di acquisire le immagini entro i 15-20 min dal meridiano. Si sono inoltre sempre prese almeno due immagini di ciascun oggetto, con tempi d'esposizione opportuni ed accertandosi che non vi fosse saturazione (indicata chiaramente da un numero di conteggi superiore a 55000 in almeno una zona del CCD).

Le ore centrali della notte sono servite per l'acquisizione in sequenza di immagini del medesimo campo, avvalendosi dell'opzione *acquisizione continua* selezionata sulla tavola di comandi collegata al PC. Le immagini così raccolte costituiscono un test per la correzione della differente rifrazione delle stelle, o per la realizzazione di altri test che verranno discussi nei successivi capitoli.

Come già accennato, il programma TOPP si prefigge di fare anche un confronto con i risultati ottenuti da HIPPARCOS: le tre stelle più brillanti del catalogo del satellite sono state inserite nella lista del programma ed osservate con un filtro SPOT.

4.2.2 Acquisizioni fotometriche

Accanto alle notti osservative per l'acquisizione delle immagini dei campi d'indagine, occorre raccogliere anche la fotometria dei campi stessi.

Le notti fotometriche sono finalizzate ad ottenere una corretta valutazione della magnitudine strumentale di un oggetto. A tal fine occorre scegliere alcuni campi standard contenenti stelle non variabili per le quali sia nota con precisione la magnitudine assoluta, come per esempio le stelle della lista di Landolt (1973,1983), Graham (1982), Menzies et al. (1989,1991). La lista alla quale abbiamo attinto è un aggiornamento di quella di Landolt (1991).

La procedura seguita durante una notte fotometrica è analoga a quanto descritto in precedenza. È opportuno: 1) cercare di osservare più oggetti possibili nell'arco della medesima notte e ripetere per alcuni di essi l'osservazione, in modo da poter tenere conto anche del fenomeno dell'estinzione nel corso di una stessa notte; 2) osservare stelle standard in diversi colori nell'arco della medesima notte, preferibilmente opzionando l'intero arco di colore ($UBVRI$) delle stelle in programma; 3) assicurarsi che l'intervallo di declinazione delle varie stelle di programma contenga e soprattutto superi quello degli oggetti di programma. Questo aiuterà a minimizzare le possibilità d'errore legate in particolare all'incertezza sulla valutazione dell'estinzione atmosferica.

È ovvio che accanto alle stelle standard bisognerà riprendere anche stelle di programma. ogni campo andrà osservato nei filtri $UBVRI$, con opportuni tempi d'esposizione. Per ciascun campo sono necessarie almeno le seguenti tre osservazioni: due ore prima del meridiano, in corrispondenza del meridiano, due ore dopo il meridiano. Tale procedura permette di misurare le magnitudini extra-atmosferiche delle sorgenti di programma, stimando le masse d'aria presenti.

Per la calibrazione della magnitudine apparente dell'oggetto sotto osservazione le condizioni climatiche sono ovviamente decisive: le notti idonee sono di fatto limitate nell'arco di un anno. Una notte, per essere fotometrica, deve soddisfare necessariamente a queste condizioni:

- assenza totale di nubi e velature del cielo;
- assenza della luna almeno per la maggior parte della notte;
- ottima trasparenza del cielo;
- bassa umidità;
- *seeing* migliore di 2 arcsec.

È compito dell'osservatore accertarsi che nell'arco della stessa notte tali condizioni continuino ad essere verificate in modo tale da poter confermare la validità dei risultati. Questa operazione è strettamente necessaria qualora si osservi con il telescopio REOSC a Pino Torinese, dal momento che in tale sito è difficile avere condizioni di tempo veramente ottimali sia per la presenza di un forte inquinamento luminoso dovuto alla vicinanza della città di Torino, sia per la bassa quota sul livello del mare.

4.3 Riduzione dei dati

Al fine di una buona valutazione della immagini di una notte occorre eseguire una serie di operazioni finalizzate a ridurre l'incertezza sulla misura eliminando, per quanto possibile, le principali cause d'errore, tra le quali ricordiamo: 1) le fluttuazioni poissoniane nel numero di fotoni contati; 2) variazioni di efficienza quantica tra i pixels costituenti l'immagine stellare dovute a difetti strutturali locali del CCD; 3) la presenza di raggi cosmici che possono aumentare gli elettroni nei pixels del CCD vicino all'immagine stellare; 4) errori di lettura del CCD; 5) problemi di trasferimento di carica non ben bilanciato; 6) uso di un algoritmo non appropriato per l'analisi dei dati.

Il processo di riduzione dei dati è finalizzato a minimizzare le influenze delle imperfezioni a livello di acquisizione dati nella stima delle desiderate quantità astronomiche. Ad esempio, prima della valutazione della magnitudine apparente di una stella (basata sulla fotometria con il CCD), l'applicazione di un *flat field*, per correggere le variazioni da pixel a pixel dell'efficienza quantica, è un passo importante per procedere correttamente nella riduzione dei dati, così come l'acquisizione di un'immagine a tempo di esposizione nullo, un *bias*, permette di tener conto della corrente d'oscurità, causata dalla presenza di e^- nei pixels anche in assenza di illuminazione.

Per poter ottenere un buon risultato è essenziale conoscere tutte le possibili cause d'errore che possono risultare fonte d'inquinamento e cercare, quando possibile, di eliminarle. Comprendere quando interrompere gli sforzi per ottenere la migliore riduzione è problema comune. Se si sono scrupolosamente stimate tutte le fonti d'errore ma i risultati ottenuti mostrano una significativa deviazione dal valore che ci si aspettava (apparentemente non imputabili alle caratteristiche intrinseche dell'oggetto osservato), allora sarà piuttosto probabile che imperfezioni non bilanciate nel CCD possano aver contaminato il risultato. Nel caso contrario, qualora si sia ottenuto un valore della quantità desiderata soddisfacentemente vicino a quello atteso, è ragionevole chiudere con il lavoro di riduzione delle immagini e procedere con le analisi successive. Entriamo ora in qualche dettaglio nella valutazione dei passi più significativi da compiere nella riduzione dati.

4.3.1 *Bias*

Il bias viene calcolato prendendo un'immagine con tempo d'esposizione nullo. Lo scopo dell'acquisizione di diversi bias in una singola notte d'osservazione consiste nel ridurre il rumore casuale in fase di lettura. I tre o più bias vengono mediati e l'immagine risultante viene poi sottratta da quella degli oggetti reali.

I conteggi ottenuti con un CCD sono legati linearmente al numero di e^- presenti nei pacchetti di carica che vengono letti attraverso le relazioni:

$$C = GN_e + B$$

$$N_e \;=\; \eta N_f \tag{4.1}$$

dove:

- C = numero di conteggi registrato in uscita dal CCD;
- G = guadagno espresso in termini di conteggi per elettrone;
- N_e = numero di e^- contenuti nel pacchetto. Esso è legato all'efficienza quantica η ed al numero di fotoni incidenti nel pixel N_f dalla seconda relazione 4.1;
- B =termine generato dall'elettronica, ossia il livello di bias per un pacchetto privo di elettroni.

Il bias può essere calcolato, per ogni immagine, utilizzando la tecnica detta di *overscanning*, tramite la quale vengono stimati i conteggi di una piccola zona esterna alla dimensione fisica del rivelatore che contiene solo segnali dovuti al bias.

4.3.2 *Flat fields*

Come già discusso, uno dei principali problemi in cui si incorre nella riduzione dei dati è che differenti pixels hanno diverse efficienze quantiche a causa di piccole variazioni strutturali nel CCD.

Occorre quindi mettere in relazione il numero di conteggi registrati sul chip con un'intensità di riferimento, per esempio scalando i conteggi grezzi nei differenti pixels per una comune efficienza quantica media.

Il principio grazie al quale è possibile ottenere un campo di calibrazione uniforme è semplice: occorre sottoporre il CCD ad un'intensità luminosa uniforme (da cui deriva l'attributo "flat") e confrontarla con quella da determinare. Per ottenere i flat fields esistono due diversi approcci: uno di questi consiste nel riprendere l'interno della cupola, ottenendo un'immagine uniformemente bianca grazie alla vicinanza dell'oggetto osservato che lo rende fuori fuoco. Il flat ottenuto è detto *flat field dome*; tuttavia un'immagine siffatta introduce una differenza del

5-10% nella risposta del CCD rispetto ad un'immagine con un'esposizione diretta al cielo. Un secondo metodo consiste nel prendere immagini del cielo all'alba o al tramonto. Inoltre dato che le variazioni di efficienza quantica dipendono dalla lunghezza d'onda, i flat fields vengono ripresi nei filtri usati per ottenere le immagini degli oggetti in esame. Dette immagini vengono corrette con il corrispondente flat.

Durante una normale notte d'osservazione si è soliti prendere più flat per ogni filtro, in modo da poterli mediare ed eliminare così i raggi cosmici. Il processo di riduzione, una volta acquisiti i flat e le immagini, è ora banale: essendo la risposta del CCD lineare, l'immagine dell'oggetto è semplicemente divisa per l'immagine uniforme di riferimento. In figura 4.1 riportiamo un esempio di flat field.

4.3.3 Risposta del rivelatore al rumore di fondo

Rivelare il segnale significa generare all'interno del rivelatore un numero N_e di elettroni proporzionali al numero di fotoni provenienti dalla sorgente in esame. Tale numero viene infine convertito dall'elettronica di acquisizione in un determinato valore numerico S detto *numero di conteggi.*

Il conteggio S è legato al flusso stellare incidente mediante la relazione:

$$S = (hcg)^{-1}\, \tau_\lambda\, \eta_\lambda\, A\lambda\, \Delta\lambda\, F^*_\lambda \;\; \text{conteggi/sec} \tag{4.2}$$

dove abbiamo:

- η_λ = efficienza quantica del rivelatore;
- τ_λ = efficienza del sistema ottico;
- $\Delta\lambda$ = intervallo spettrale della luce raccolta;
- A = superficie del telescopio;
- F^*_λ = flusso proveniente dalla sommità atmosferica.

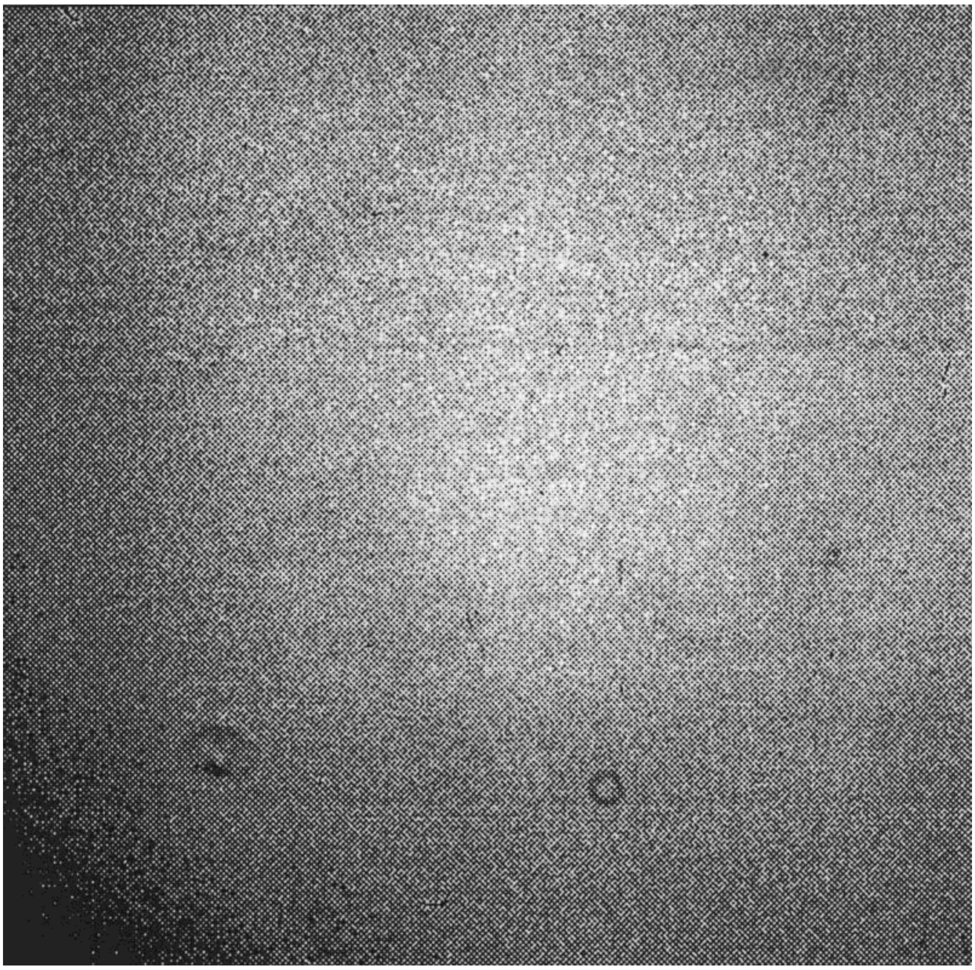

Figura 4.1: *Esempio di flat field*

L'espressione 4.2 è normalizzata all'unità di tempo di un secondo. Per poter rivelare una stella è indispensabile ottenere dal suo flusso un buon numero di conteggi. Si può, ad esempio, aumentare l'area A del telescopio o l'efficienza quantica η_λ, oppure ancora il tempo t d'integrazione del segnale.

Tuttavia avere degli alti conteggi, un segnale forte, è necessario ma non sufficiente per ottenere una buona misura. Occorre soprattutto che essa sia ripetibile, ossia che, se ripetuta nelle medesime condizioni, fornisca sempre, grosso modo, lo stesso valore. Le discrepanze nel numero di conteggi ottenuti per lo stesso oggetto nelle identiche condizioni di osservazione sono imputabili allora al rumore (*noise*) della misura, che può dipendere dai più svariati fattori e non risulta mai completamente eliminabile.

Esaminando le fonti di rumore di una misura astronomica dobbiamo innanzitutto partire dalla componente principale, quella associata alla natura statistica del segnale, il rumore fotonico (*photon noise*). Si assume che la radiazione incidente su di un rivelatore segua la statistica di Poisson: per un processo stazionario, cioè per esempio nel caso di ripetute osservazioni di una stella non variabile con x numero medio di conteggi per osservazione, il livello medio di rumore (*root mean square noise*) è $N_s = \sqrt{x}$. Di conseguenza il rapporto segnale-rumore sarà definito come:

$$\frac{S}{N} = \frac{x}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$$

Altre fonti d'errore come la scintillazione atmosferica e la presenza di altre sorgenti (meteore, tracce di satelliti artificiali) non possono essere ridotte in alcun modo. Infatti non tutti i fotoni raccolti provengono dal segnale che si vuole misurare. Il fondo cielo non è infatti buio, ma emette per svariati motivi, quali appunto la luminescenza atmosferica, la luce zodiacale, per non parlare delle sorgenti celesti "di sfondo". Ne segue quindi la necessità di separare il segnale della sorgente x dal segnale di fondo y e successivamente calcolare per ognun d'essi il rumore, dal momento che entrambi i segnali contribuiscono al rumore stesso. Avremo che naturalmente $N_b = \sqrt{y}$ sarà il contributo di rumore del segnale di fondo. Per determinare il rumore di fondo si fa ricorso all'acquisizione dei flat fields.

Accanto a queste sorgenti di rumore ne esistono altre secondarie, principalmente legate alle proprietà intrinseche del CCD: il contributo più rilevante al rumore viene dalla presenza della corrente d'oscurità e dal cosiddetto *read-out*, il rumore di lettura del CCD. La corrente oscura è, in prima approssimazione, la stessa per tutti i pixels e cresce linearmente con il tempo. Essa cresce, inoltre, con la temperatura e può essere abbassata raffreddando il rivelatore (vedi capitolo 3). In generale se si indica con z il numero di e^- al secondo dovuti alla corrente oscura, ad essa corrisonderà un rumore $N_{dc} = \sqrt{z}$. Il rumore di lettura non cresce con il tempo e non è la radice quadrata di qualche segnale. Lo indicheremo con N_{ro}. Il contributo totale al rumore, comprensivo dei quattro termini succitati, varrà dunque:

$$N = \sqrt{N_s^2 + N_b^2 + N_{dc}^2 + N_{ro}^2} \tag{4.3}$$

Accanto a questi quattro contributi bisogna anche valutare il rumore di flat field, che si genera dopo un tempo t_{ff} quando la risposta del CCD non è perfettamente lineare. Non è conveniente integrare per tempi $t > t_{ff}$, quando si raggiunge cioè la condizione di misure *flat-field limited*, nelle quali il rapporto segnale-rumore peggiora nel tempo.

4.3.4 Effetti di *seeing*

Un ulteriore fenomeno che contribuisce al rumore è il disturbo provocato dalla turbolenza atmosferica, che, facendo cambiare continuamente l'indice di rifrazione dell'aria, perturba la frazione di fronte d'onda raccolta dal telescopio. Quanto più un telescopio è grande tanto più la sua figura di diffrazione viene continuamente deformata, addirittura divisa e replicata: basta integrare per poche frazioni di secondo per avere figure di diffrazione notevolmente allargate, ridotte a pizze dal profilo simile a quello di una campana gaussiana la cui lunghezza è tanto più grande quanto più instabili sono le condizioni atmosferiche, che prendono in inglese il nome di *seeing*. In queste condizioni il diametro delle immagini stellari è caratterizzato dalla quantità ϑ, larghezza a metà altezza (FWHM) della campana di seeing: $\vartheta = 1''$ è un ottimo seeing per la maggior parte dei siti astronomici, mentre $\vartheta = 0''.5$ è del tutto eccezionale. In ogni caso si tratta quasi sempre di valori molto più grandi di quelli dovuti alla diffrazione. Solo se si ha a che fare con telescopi molto piccoli o lunghezze d'onda molto grandi la larghezza delle figure di diffrazione e di seeing possono risultare confrontabili. È inoltre ovvio ricordare come il problema di seeing riguardi solo gli osservatori terrestri e non i satelliti che si trovano oltre l'atmosfera. Un buon seeing non serve solo ad aumentare il potere risolutivo del telescopio, ma anche a migliorare il rapporto S/N, almeno per sorgenti puntiformi come le stelle.

4.4 Analisi delle immagini

Al fine di valutare le variazioni di flusso manifestate dagli oggetti osservati, abbiamo confrontato la magnitudine delle sorgenti con quella di un gruppo di stelle di riferimento (tre o quattro), appartenenti allo stesso campo (fotometria relativa).

Per valutare la magnitudine assoluta degli oggetti, invece, è necessario, oltre che eseguire l'operazione precedente, calibrare le stelle di riferimento. Pertanto, l'analisi delle immagini CCD si sviluppa secondo tre passaggi principali:

- trattamento delle immagini al fine di eliminare gli effetti introdotti dalla struttura del CCD;
- determinazione delle magnitudini strumentali della sorgente e delle stelle di riferimento;
- calibrazione delle stelle di riferimento.

4.4.1 Preparazione delle immagini CCD

Come premesso nel capitolo precedente, un CCD è una matrice con p righe e q colonne, costituità perciò da un numero $N = p \times q$ di pixels.

Ad ogni elemento ij della matrice è associato un numero di conteggi (trascurando il termine dovuto alla corrente di buio e altri termini non lineari):

$$C_{ij} = E_{ij} N_{ij} + \ bias \tag{4.4}$$

dove E_{ij} è un termine che tiene conto dell'efficienza di conversione fotoni/elettroni e del guadagno della conversione elettroni/conteggi, N_{ij} è il numero di conteggi corrispondente al flusso (sorgente + fondo cielo).

Il primo passo della riduzione di un'immagine consiste nel ricavare il valore di N_{ij} per ogni oggetto (sorgente e stelle di riferimento). In un secondo tempo, si provvede a disaccoppiare le due componenti, sorgente e fondo cielo. Le immagini ottenute durante una notte d'osservazione vengono trasferite, con protocollo FTP, all'area VAX di immagazzinamento dati: qui vengono convertite in formato FITS[1]. Le operazioni eseguite sui files in formato FITS si riassumono nelle seguenti:

1. calcolo del valor medio del bias;

2. determinazione del flat mediano;

3. determinazione dell'immagine corretta.

Il valore del bias (B) è dato da:

$$B = \frac{\sum_{i=0}^{M} b_i^m}{M}$$

dove M è il numero di immagini bias, b_i^m è il valore mediano calcolato per ogni immagine bias: pertanto il bias non è rappresentato da una matrice ma da un valore scalare. Il bias così ottenuto viene sottratto a tutte le immagini, comprese quelle dei flat fields.

---

[1] FITS = Flexible Image Transport System

Ogni flat field risultante viene ulteriormente normalizzato con il proprio valore mediano.

Per ogni filtro si acquisiscono almeno tre flat fields a notte, che vengono combinati al fine di ottenerne uno “virtuale” utilizzato per ridurre le immagini.

I conteggi E_{ij} di ogni pixel di questo flat field “virtuale” sono il valore mediano ottenuto dai conteggi relativi ai rispettivi pixels dei flat fields originari.

Si calcola la mediana dei conteggi, invece della media, per evitare problemi dovuti a raggi cosmici o a immagini stellari, che contribuiscono al valor medio, ma non a quello mediano.

Dall’equazione 4.4, notiamo che il flat field “virtuale” fornisce la mappatura dell’efficienza del rivelatore.

La preparazione delle immagini delle sorgenti avviene attraverso una procedura che, oltre a sommare il bias, le divide per il flat field “virtuale” in modo da correggere l’effetto di disuniformità dell’efficienza. Il risultato di questa operazione è una matrice i cui elementi possiedono un numero di conteggi N_{ij} (eq. 4.4).

Le immagini ottenute con la precedente procedura vengono riconvertite in formato FITS.

4.4.2 Determinazione delle magnitudini strumentali

Una volta trattata l’immagine nel modo esposto nella sezione precedente, è necessario convertire l’informazione contenuta nel numero di conteggi per pixel in informazione sull’intensità di ogni singola sorgente.

A parità di seeing, l’immagine degli oggetti stellari è composta da un numero di pixels che contengono un numero di conteggi proporzionale alla sua intensità totale e a quella del fondo cielo. Il compito dell’analisi fotometrica è quello di disaccoppiare le due componenti e valutare l’intensità dell’oggetto.

L’intensità degli oggetti stellari che si rilevano da terra è determinata da una serie di processi che avvengono all’interno dell’atmosfera a lungo il cammino ottico all’interno dello strumento d’osservazione.

Al di fuori dell'atmosfera il fronte d'onda della radiazione proveniente da una stella è approssiamtivamente piano ma viene poi deformato a causa della dispersione: l'immagine che si forma sul piano focale del telescopio (in assenza di aberrazioni) è costituita da una regione circolare centrale circondata da anelli concentrici luminosi ed oscuri alternati.

A causa della turbolenza atmosferica, questa immagine viene ulteriormente deteriorata: l'immagine finale è tale che la distribuzione angolare della brillanza è approssimabile conm una gaussiana bidimensionale. Per ogni oggetto che viene scelto nel campo dall'operatore, si effettua allora un fit gaussiano sulla distribuziona angolare dell'intensità e sul fondo cielo circostante.

Il metodo consiste nell'approssimare il profilo in conteggi dell'oggetto con una gaussiana bidimensionale a simmetria circolare attraverso un processo iterativo che cessa quando raggiunge la migliore approssimazione (con la minore σ).

Il fondo cielo circostante viene approssimato con un piano, determinato attraverso i valori dei conteggi nei pixels che popolano la regione periferica alla sorgente. A causa di possibili gradienti d'intensità introdotti dalla presenza di oggetti vicini a quello d'interesse specifico, il piano che approssima il fondo cielo è spesso inclinato.

Nella figura 4.2 è mostrata una tipica distribuzione di conteggi analizzata dai programmi di riduzione.

Una volta determinate le migliori approssimazioni per la sorgente e per il fondo cielo, si determina il profilo finale dell'intensità dell'oggetto tramite la sottrazione del fondo.

L'area sottesa alla gaussiana bidimensionale finale rappresenta la magnitudine strumentale dell'oggetto. In questo modo si valutano le magnitudini strumentali delle stelle di riferimento e delle sorgenti, ed a partire da esse si è in grado di ricavare la variabilità delle prime.

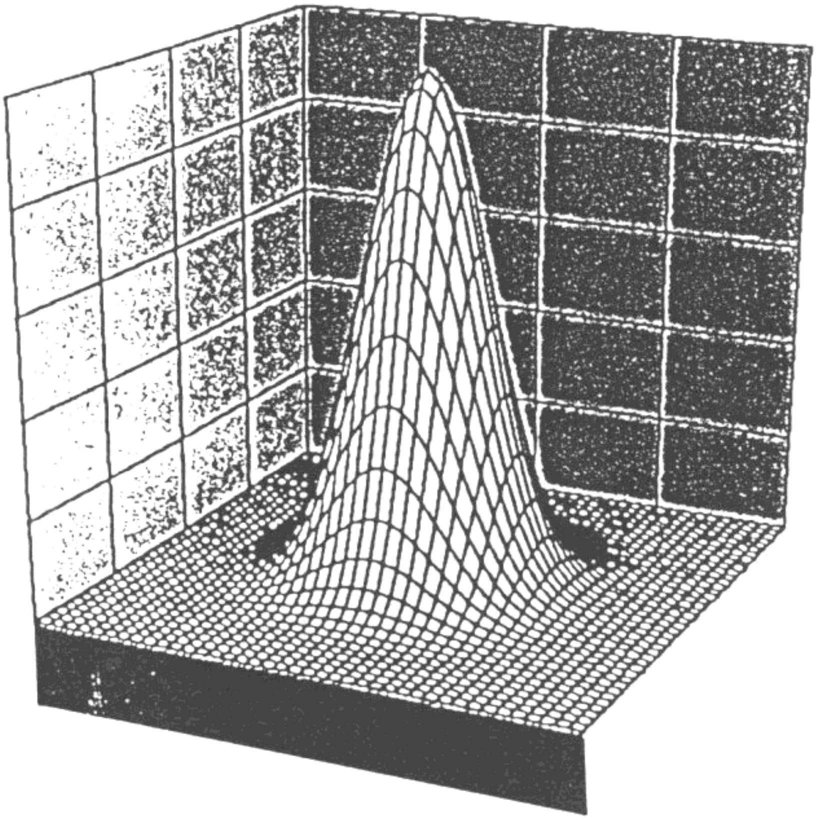

Figura 4.2: *Rappresentazione tridimensionale di un'immagine stellare. La distribuzione dei conteggi dovuti alla stella è approssimabile ad una gaussiana bidimensionale a simmetria circolare, il fondo cielo da un piano*

4.4.3 Calibrazione delle stelle di riferimento

Le tecniche astrometriche prevedono, dapprima, la procedura per la determinazione delle magnitudini strumentali ed in seguito la loro trasformazione in un sistema standard. Quest'ultima è necessaria per correggere gli effetti introdotti dall'attenuazione atmosferica (che è differente per oggetti osservati a distanze diverse dal meridiano ed a diverse declinazioni) e dalle caratteristiche del sistema di acquisizione delle immagini (in particolare determinate dal sistema di filtri e dal tipo di rivelatore).

Il metodo consiste nell'osservare, durante la notte fotometrica, sia i campi delle sorgenti sia alcuni campi standard, scelti in modo opportuno, contenenti stelle non variabili di cui si conosca la magnitudine assoluta con buona precisione. Il passaggio al sistema standard avviene seguendo due principali passi: a) correzione delle magnitudini strumentali per attenuazione atmosferica e b) correzione delle magnitudini strumentali per tener conto degli effetti introdotti dal tipo di rivelatore usato.

Le magnitudini extra-atmosferiche

Occorre, in primo luogo, calcolare le magnitudini extra-atmosferiche, a partire da quelle strumentali valutate a terra.

Assumiamo che la massa d'aria sia composta di strati piani e paralleli e scriviamo la variazione del flusso F_λ come:

$$dF_\lambda = -F_\lambda \alpha_\lambda dS$$

dove α_λ è il coefficiente d'assorbimento e dS è il tratto infinitesimo d'atmosfera attraverso il quale il flusso ha subito una attenuazione dF_λ.

Se indichiamo con $F_{\lambda,0}$ il flusso extra-atmosferico e con F_λ quello osservato a terra, integrando l'equazione precedente otteniamo:

$$\ln\left(\frac{F_\lambda}{F_{\lambda,0}}\right) = -\int_0^S \alpha_\lambda \mathrm{d}S \tag{4.5}$$

Cioè:

$$\frac{F_\lambda}{F_{\lambda,0}} = e^{-\tau_\lambda}$$

dove τ_λ è la profondità ottica che dipende esclusivamente dal materiale attraversato e dal cammino geometrico:

$$\tau_\lambda = \int_0^S \alpha_\lambda \mathrm{d}S$$

Se consideriamo una stella ad un angolo azenitale ϑ, la cui radiazione deve attraversare uno strato di atmosfera di spessore Z, possiamo valutare il cammino totale S che deve compiere attraverso l'atmosfera:

$$S = Z \sec\vartheta$$

La profondità ottica sarà allora:

$$\tau_\lambda = \sec\vartheta \int_0^Z \alpha_\lambda \mathrm{d}Z \tag{4.6}$$

Utilizzando la relazione che lega la magnitudine al flusso:

$$m_\lambda - m_{\lambda,0} = 2.5 \ln\left(\frac{F_\lambda}{F_{\lambda,0}}\right)$$

dalla 4.5 otteniamo:

$$m_{\lambda,0} = m_\lambda - 1.086\tau_\lambda$$

Sostituendo la relazione 4.6 avremo allora che:

$$m_{\lambda,0} = m_\lambda - k'_\lambda \sec\vartheta \tag{4.7}$$

dove:

$$k'_\lambda = 1.086 \int_0^Z \alpha_\lambda \mathrm{d}Z$$

prende il nome di *coefficiente principale d'estinzione* e $\sec\vartheta$ rappresenta la massa d'aria attraversata.

La relazione 4.7 è l'equazione di una retta di coefficiente angolare $-k'_\lambda$, determinabile dal confronto tra magnitudine extra-atmosferica e strumentale delle stelle standard osservate a diverse masse d'aria. Il coefficiente principale d'estinzione è funzione della lunghezza d'onda in quanto le diverse componenti dell'atmosfera attenuano in modo differente la radiazione.

Inoltre, anche i filtri utilizzati assorbono in modo dipendente dalla frequenza. Per tener conto anche di questo effetto si introduce un *coefficiente d'estinzione del second'ordine* k''_λ in modo tale che:

$$m_{\lambda,0} = m_\lambda - k'_\lambda \sec\vartheta - C\, k''_\lambda \sec\vartheta \tag{4.8}$$

dove C rappresenta l'indice di colore strumentale.

Pertanto, una volta ricavati i coefficienti d'estinzione, tramite le magnitudini strumentali ed extra-atmosferiche delle stelle standard, si ricavano facilmente le magnitudini extra-atmosferiche delle stelle di riferimento.

Riduzione al sistema fotometrico standard

Le magnitudini extra-atmosferiche vanno in definitiva calibrate in modo da uniformarle a quelle determinate attraverso altri rivelatori, telescopi, filtri.

Per ottenere ciò tali grandezze devono essere trasformate in magnitudini riferite ad un sistema standard. Nel nostro caso il sistema standard deve essere a cinque colori $UBVRI$, trattandosi del passa-banda Johnson-Kron-Cousin.

Le equazioni che ci danno la trasformazione sono:

$$\begin{aligned} V &= m_{v,0} + \alpha_1(B-V) + \alpha_2 \\ (U-B) &= m_{u,0} - m_{b,0} + \beta_1(U-B) + \beta_2 \\ (B-V) &= m_{b,0} - m_{v,0} + \gamma_1(B-V) + \gamma_2 \\ (V-R) &= m_{v,0} - m_{r,0} + \delta_1(V-R) + \delta_2 \\ (R-I) &= m_{r,0} - m_{i,0} + \eta_1(R-I) + \eta_2 \end{aligned} \tag{4.9}$$

dove per la determinazione dei diversi coefficienti si fa uso delle stelle standard del catalogo di Landolt e si calcolano applicando il metodo dei minimi quadrati: una volta che siano noti tali coefficienti, è possibile risalire alle magnitudini standard degli oggetti di programma.

4.4.4 Valutazione dell'errore

L'immagine grezza è ovviamente affetta da un errore intrinseco dovuto al rapporto segnale-rumore; inoltre, ogni operazione di correzione e riduzione dell'immagine introduce un errore che è molto difficile da valutare: in teoria bisognerebbe propagare l'errore su ogni valore dei conteggi per ogni pixel e per ogni operazione compiuta.

In pratica, si ha una buona indicazione dell'errore che si commette valutando la magnitudine assoluta e calibrata di una sorgente rispetto a stelle di riferimento differenti.

Le differenze di magnitudine tra gli oggetti di riferimento sono, in media, costanti con al più delle fluttuazioni dovute agli errori di misura: quindi, se tra una stella di riferimento e la sorgente c'è una differenza di 0.5 magnitudini strumentali e la magnitudine assoluta (calibrata) della stella di riferimento è 17, la sorgente è valutata di magnitudine 16.5.

Questo calcolo viene fatto per ogni stella di riferimento: per stelle di riferimento diverse si ottengono però magnitudini assolute diverse per la sorgente, a causa dell'errore.

Bisogna porre attenzione che almeno una delle stelle di riferimento sia di magnitudine confrontabile con quella della sorgente in modo che siano soggette, in linea di principio, ad un errore simile.

L'errore fotometrico sulla valutazione della magnitudine di una sorgente può essere stimato calcolando la differenza tra la sua magnitudine apparente ricavata a partire da due stelle di riferimento diverse da cui si ottiene che:

$$\sigma_m = (m_1 - m_1') - (m_2 - m_2') \tag{4.10}$$

dove m_1 ed m_2 sono le magnitudini assolute e calibrate delle stelle di riferimento mentre m_1' ed m_2' sono le rispettive magnitudini strumentali. La relazione 4.10 dà un'indicazione dell'errore commesso su ogni singola misura, includendo anche quello sulla calibrazione delle stelle.

Capitolo 5

TECNICHE DI CENTRAGGIO

5.1 Determinazione del centro di un'immagine

Un'accurata determinazione del centro di un'immagine stellare è di fondamentale importanza nel campo dell'astrometria e per il nostro lavoro di ricerca. Non deve quindi sorprendere se più astrometristi si sono cimentati nella costruzione di diversi metodi di risoluzione di tale problema.

Esistono innumerevoli varianti che vengono adottate ai vari Osservatori. Noi ne descriveremo brevemente alcune, quelle delle quale si serve l'Osservatorio di Torino e delle quali ci siamo anche noi avvalsi al fine di effettuare un confronto tra i risultati per decidere quale producesse le *performances* più soddisfacenti.

5.1.1 Calcolo del baricentro

Il metodo più comune e sicuramente anche il più semplice è quello del *calcolo del baricentro*: esso consiste nell'estrarre dall'immagine ottenuta con il CCD una sottomatrice centrata in quello che inizialmente si ritiene essere il centro della stella d'esame. La dimensione di tale sottomatrice deve essere abbastanza grande da contenere non solo l'oggetto d'interesse ma anche abbastanza pixels da permettere una stima del fondo cielo. Questo significa che tale sottomatrice deve essere al più grande 5 volte la larghezza a metà altezza dell'immagine stellare (*Full Width Half Maximum*, FWHM).

Le distribuzioni marginali d'intensità in x e y, siano esse $\varrho(x_i)$ e $\varrho(y_i)$, si ottengono sommando le intensità dei pixels lungo le colonne ed attraverso le righe ripettivamente. Così, se I_{ij} è l'intensità al pixel, la distribuzione marginale sarà:

$$\varrho(x_i) = \sum_i I_{ij} \qquad\qquad \varrho(y_i) = \sum_j I_{ij}$$

Il centro dell'immagine in x e y si ottiene fittando $\varrho(x_i)$ e $\varrho(y_i)$ con una espressione analitica unidimensionale, per esempio una gaussiana.

Se la stella in esame è isolata e non così debole da far sì che le distribuzioni marginali siano affette fortemente da rumore, questo semplice metodo può essere ritenuto adeguato. Ma se la stella ha una compagna così vicina da cadere nella sottomatrice, allora il centro che si ottiene è da ritenersi non valido: la presenza dell'astro vicino contamina in modo determinante i valori assunti dai quattro parametri coinvolti nel fit, ossia il fondo cielo, il centro, la larghezza e l'altezza.

5.1.2 Scelta dell'appropriato modello analitico

Esistono diverse possibili scelte per la forma funzionale della componente analitica del modello di immagine stellare (la cosiddetta PSF, *Point Spread Function*), adatte alla determinazione del centro. La loro scelta può essere determinata da diversi fattori, *in primis* la necessità di raggiungere un *best fit* e di minimizzare gli errori d'interpolazione. I programmi di riduzione dati in uso all'Osservatorio di Pino Torinese utilizzano in particolare le seguenti funzioni:

1) **gauss**: una gaussiana ellittica bidimensionale, allineata lungo gli assi x e y dell'immagine, con una coppia di parametri liberi (p_1 e p_2) che vengono aggiustati durante il fit nella procedura di modellamento della PSF (A è un fattore di normalizzazione). La sua espressione esplicita è la seguente:

$$\text{gauss} = A \cdot e^{z/2}, \qquad\qquad z = \frac{x^2}{p_1^2} + \frac{y^2}{p_2^2} \tag{5.1}$$

Gauss è di solito la scelta ideale quando si riducono immagini ben campionate prese da terra, dato che gli errori d'interpolazione risultano piccoli e il fit diventa molto efficiente a causa del fatto che la funzione è, per definizione, separabile in x e y;

2) **moffat15 e moffat25**: si tratta di funzioni di Moffat ellittiche con esponente $\beta = 1.5$ e $\beta = 2.5$ rispettivamente, a tre parametri. Tali funzioni godono della proprietà di poter essere riallineate lungo un generico angolo di posizione. La loro espressione analitica è la seguente:

$$\text{moffat15} = \frac{A}{(1+z)^{1.5}}, \qquad \text{moffat25} = \frac{A}{(1+z)^{2.5}}, \qquad z = \frac{x^2}{p_1^2} + \frac{y^2}{p_2^2} + p_3 xy \tag{5.2}$$

Sono una buona scelta quando si trattano dati sotto-campionati derivanti da osservazioni da terra;

3) **lorentz**: una funzione di Lorentz ellittica a tre parametri, allineabile lungo un arbitrario angolo di posizione. La sua espressione analitica è la seguente:

$$\text{lorentz} = \frac{A}{(1+z)}, \qquad z = \frac{x^2}{p_1^2} + \frac{y^2}{p_2^2} + p_3 xy \tag{5.3}$$

La funzione di Lorentz si rivela una buona scelta nel caso si abbia a che fare con i primi dati provenienti dal Telescopio Spaziale Hubble, dato che tale distribuzione d'intensità ha delle ali molto estese;

4) **penny1**: si tratta di una forma funzionale composita a quattro parametri, risultato della somma di un *core* gaussiano ellittico allineato lungo un angolo di posizione arbitrario ed ali lorentziane, allineate lungo gli assi x e y dell'immagine. La funzione Penny1 si rivela una buona scelta nel caso di

PSF puramente analitiche. La sua forma esplicita risulta essere:

$$\begin{aligned} \text{penny1} &= \frac{A(1-p_3)}{1+z} + p_3 \cdot e^{-0.693\alpha}, \\ z &= \frac{x^2}{p_1^2} + \frac{y^2}{p_2^2}, \\ \alpha &= \frac{x^2}{p_1^2} + \frac{y^2}{p_2^2} + p_4 xy; \end{aligned} \tag{5.4}$$

5) **penny2**: un altro modello analitico a due componenti, con cinque parametri liberi, sovrapposizione di un core gaussiano ellittico allineato lungo un arbitrario angolo di posizione e di ali lorentziane allineate lungo un angolo di posizione anch'esso arbitrario e che può differire da quello relativo al core gaussiano. La forma analitica è la seguente:

$$\begin{aligned} \text{penny2} &= \frac{A(1-p_3)}{1+z} + p_3 \cdot e^{-0.693\alpha}, \\ z &= \frac{x^2}{p_1^2} + \frac{y^2}{p_2^2} + p_5 xy, \\ \alpha &= \frac{x^2}{p_1^2} + \frac{y^2}{p_2^2} + p_4 xy; \end{aligned} \tag{5.5}$$

Anche Penny2 risulta una buona scelta in corrispondenza di PSF puramente analitiche.

5.2 Confronti tra i diversi metodi

La tabella 5.1 mostra i valori di precisione ottenuti applicando i diversi algoritmi introdotti in precedenza. Si tratta di un test di centraggio eseguito su sei diverse immagini-campione.

I dettagli della tabella sono relativi alla media, alla mediana ed alla moda degli errori commessi in fase di centraggio sui singoli oggetti, espressi in frazioni di pixel, per 8 differenti espressioni analitiche della PSF dell'immagine stellare (ricordiamo che 1 pixel = 467 mas). Si osserva che, indipedentemente dalla scelta di tipo operativo, le precisioni che vengono raggiunte sono confrontabili, tranne nel caso in cui

Metodo	Media		Mediana		Moda	
	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
Baricentro	.086	.075	.083	.074	.072	.072
Penny 1 (FWHM=10)	.025	.021	.021	.022	.018	.022
Penny 2 (FWHM=13)	.025	.021	.021	.022	.018	.022
Gaussiana (FWHM=10)	.025	.020	.021	.022	.018	.022
Gaussiana (FWHM=13)	.025	.021	.021	.021	.018	.022
Gaussiana (FWHM=7)	.024	.021	.024	.020	.018	.018
Gaussiana circolare	.025	.020	.022	.021	.018	.018
Gaussiana ellittica	.025	.020	.023	.021	.022	.022

Tabella 5.1: *Valori medi d'errore di centraggio (in pixels) commessi utilizzando differenti modelli funzionali per la descrizione della PSF dell'immagine stellare*

si adotti il metodo del baricentro, che mostra errori significativamente più grandi.

Nella maggior parte dei casi la scelta ricade sulle funzioni Penny1 e Penny2, dal momento che tali espressioni riproducono con maggior precisione l'andamento alle ali della distribuzione dei conteggi espressa come funzione del raggio (in pixel) dal centro nominale dell'immagine della stella. Come vediamo nella figura 5.1, infatti, un fit utilizzando una funzione gaussiana approssima in modo soddisfacente l'andamento del numero di conteggi nella parte della distribuzione corrispondente alle regioni più prossime al centro nominale dell'immagine dell'astro in esame; tale modello analitico però riproduce in modo meno fedele le ali della distribuzione, nella regione intermedia che degrada progressivamente verso il fondo cielo.

In figura 5.2 mostriamo inoltre come ad oggetti più deboli rispetto alle stelle del campo corrispondano centraggi meno precisi: si notano infatti, nel caso di un numero di conteggi diminuito di un ordine di grandezza, *scatter* di notevole entità dal modello gaussiano. Nel caso specifico abbiamo modo di verificare che il tempo di esposizione per l'acquisizione dell'immagine è stato scelto in modo oculato, così

Figura 5.1: *Numero di conteggi in funzione della distanza dal centro dell'immagine (per una stella brillante): sovrapposto si osserva il fit ottenuto con un modello di tipo gaussiano*

da evitare la presenza di oggetti sovraesposti: in tali condizioni è plausibile ritenere che per stelle deboli il numero massimo di conteggi sia molto basso.

Nei due grafici di figura 5.3, data una scelta particolare per la curva di fit ai dati osservativi, si evidenzia come effettivamente per stelle di magnitudine più elevata (che ricordiamo essere corrispondenti ad oggetti meno brillanti) si abbia un incremento dell'errore di centramento (in frazioni di pixel), in entrambe le componenti lungo le due coordinate cartesiane di lastra.

La conclusione a cui ci conducono le considerazioni testé effettuate è che per gli oggetti studiati dal programma TOPP (stelle deboli di magnitudine apparente superiore a 11) la precisione nel centraggio ricade entro 1/50 di pixel, equivalente

Figura 5.2: *Numero di conteggi in funzione della distanza dal centro dell'immagine (per una stella debole): sovrapposto si osserva il fit ottenuto con un modello di tipo gaussiano*

a $\sim$ 10 mas ed indipendente sostanzialmente dalla scelta dei diversi algoritmi di centraggio.

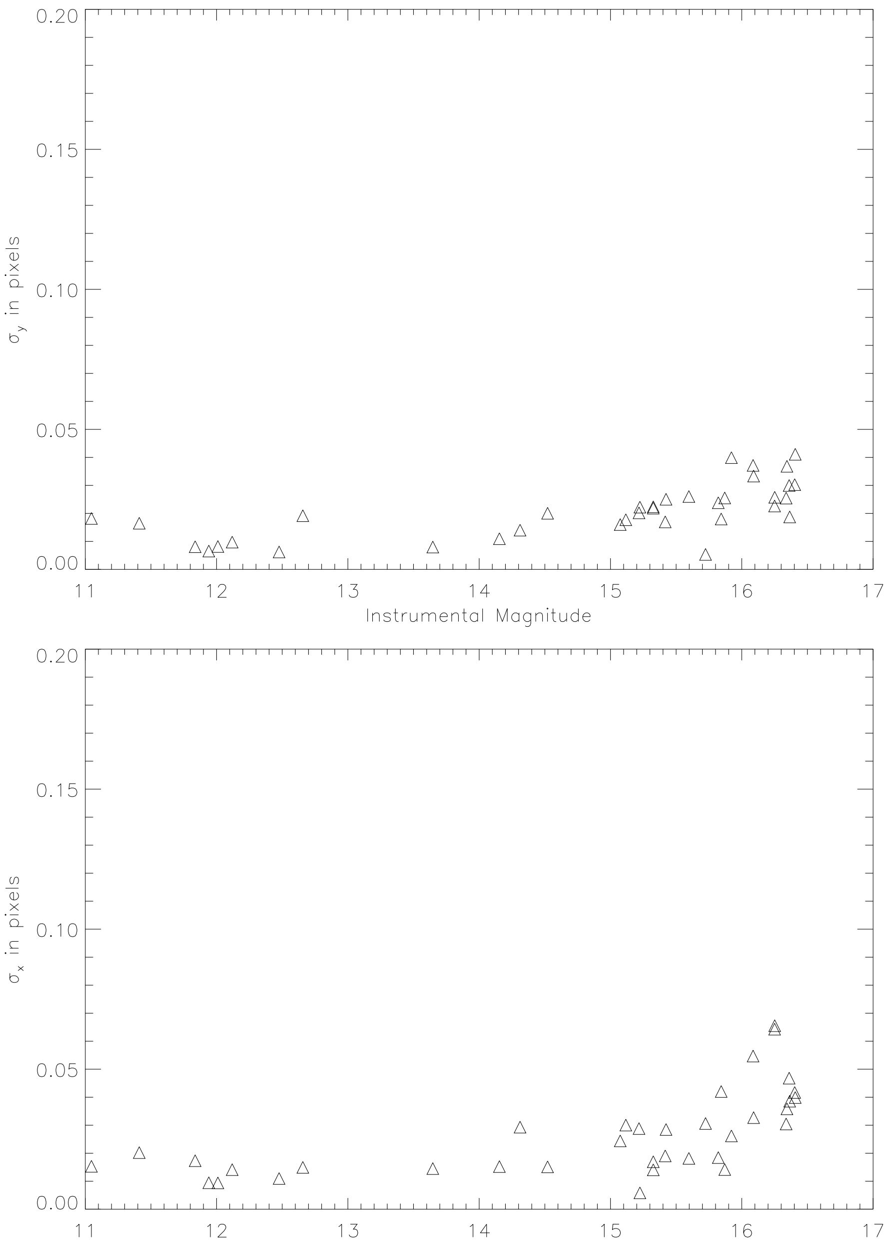

Figura 5.3: *Errori sulle due coordinate di lastra in funzione della luminosità dell'oggetto, assumendo un dato modello di PSF.*

Capitolo 6

LA RIFRAZIONE ASTRONOMICA: CORREZIONI PER “EFFETTO DCR”

6.1 Definizione analitica del fenomeno

Uno dei principali fenomeni che contaminano i risultati di un’indagine osservativa da terra è la rifrazione astronomica.

La radiazione proveniente da un astro deve attraversare l’atmosfera terrestre prima di giungere all’osservatore. Nel tragitto essa incontra via via strati con indice di rifrazione crescente (da 1 per il vuoto sino a $\sim$ 1,000293 al livello del mare). Ne consegue che l’oggetto in esame assumerà una posizione sulla volta celeste che non coinciderà con quella vera.

Le formule approssimate qui esposte si basano sul presupposto che l’atmosfera possa essere descritta come una sovrapposizione di strati paralleli tra loro e paralleli alla superficie terrestre, assunta piana. (fig. 6.1). Questo è possibile, però, solo considerando angoli zenitali inferiori a 45°.

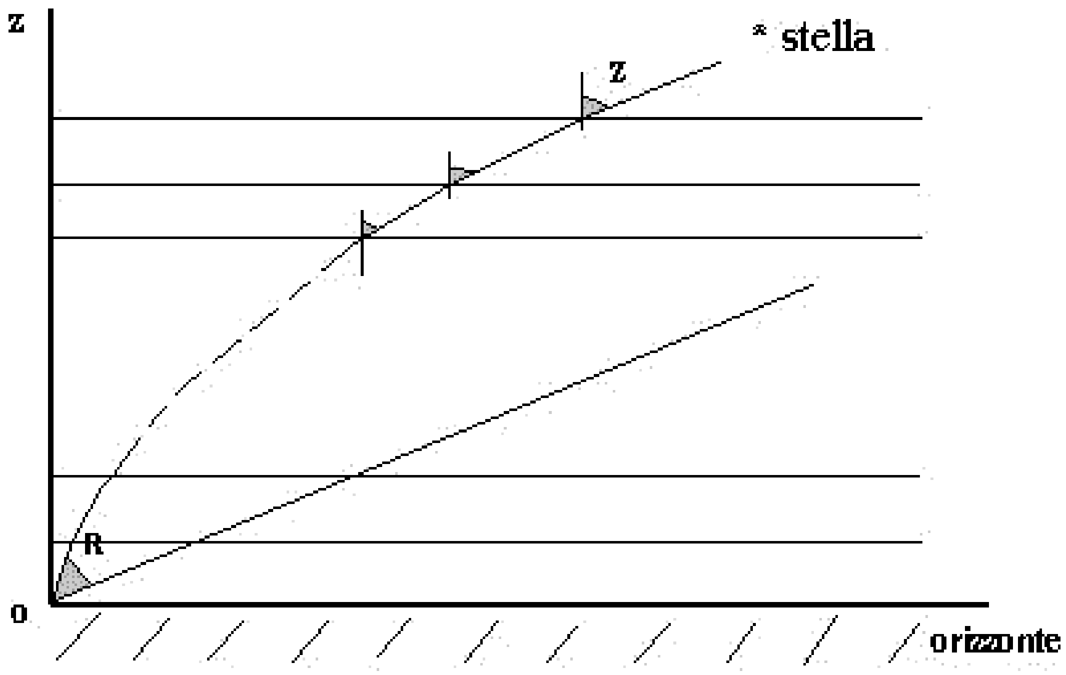

Figura 6.1: *La rifrazione atmosferica*

La figura 6.1 mostra che il raggio luminoso è gradualmente deviato avvicinandosi alla verticale. L'osservatore in O vede la stella nella posizione apparente S' anziché nella posizione vera S: a causa della rifrazione, la stella appare in cielo più alta di quanto non sia in realtà. La distanza zenitale z si riduce cioè ad un valore $z' < z$. La differenza

$$z - z' = R \tag{6.1}$$

rappresenta la *rifrazione astronomica* dell'oggetto celeste. Quantitativamente dipenderà dalla lunghezza del tratto di atmosfera attraversato e qualitativamente dall'indice di rifrazione dell'atmosfera stessa. A sua volta l'indice di rifrazione dipende sia dalle condizioni fisiche dell'atmosfera, le quali variano da luogo a luogo e da un momento all'altro, sia dalla lunghezza d'onda della radiazione utilizzata.

Indichiamo con μ_i l'indice di rifrazione dell'i-esimo strato atmosferico e siano $\mu_0 = 1$ il suo valore nel vuoto, $\mu = 1.000293$ quello in prossimità del livello del mare. Dalla semplice applicazione della legge di Snell si ottiene:

$$\begin{cases} \mu_0 \sin z_0 = \mu_1 \sin z_1 \\ \ldots = \ldots \\ \mu_{n-1} \sin z_{n-1} = \mu_n \sin z_n \end{cases} \tag{6.2}$$

Da cui si ricava la relazione fondamentale:

$$\sin z = \mu_n \sin z' \tag{6.3}$$

Considerando la 6.1, sostituendo nella 6.3 ed approssimando[1] si ha:

$$R = (\mu_n - 1) \tan z' = R_0 \tan z \tag{6.4}$$

Come accennato, l'indice di rifrazione μ dipende dalle condizioni fisiche dell'atmosfera, dalla pressione della notte d'osservazione ed anche dalla lunghezza d'onda dell'oggetto osservato. In condizioni standard di 0 °C ed alla pressione di 760 mm (Hg). R_0 può essere assunta pari a $60''.4$. Questo valore viene normalmente indicato con il termine di *costante di rifrazione.*

Concludiamo questa breve parentesi introduttiva sulla rifrazione atmosferica valutando le correzioni da applicare in ascensione retta e declinazione. Per far ciò occorre fare riferimento alla figura 6.2.

Sia X la posizione dell'oggetto sulla sfera celeste ed X' la sua posizione apparente che, per quanto detto, risulterà più vicina allo zenit. Dato che XX' è molto piccolo, possiamo considerare piano il triangolo $XX'Y$, con Y intersezione del cerchio minore parallelo passante per X' con il meridiano per X. Ne segue:

$$\begin{aligned} X'Y &= XX' \sin \omega \\ XY &= XX' \cos \omega \end{aligned} \tag{6.5}$$

---

[1] Essendo R molto piccolo, si può porre $\sin R \simeq R$ e $\cos R \simeq 1$.

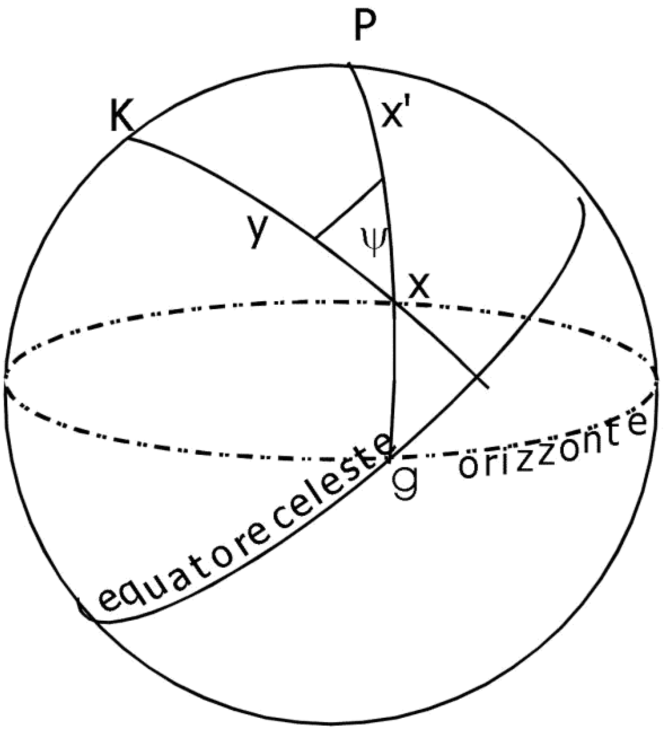

Figura 6.2: *Correzioni alla posizione di un oggetto in ascensione retta e declinazione per effetto della rifrazione.*

Inoltre, ricordando le regole di trigonometria sferica si ha:

$$\begin{aligned} X'Y &= (H - H')\cos\delta' \\ XY &= \delta' - \delta \end{aligned} \tag{6.6}$$

dove H è l'angolo orario vero ed H' quello apparente così come δ e δ' sono le declinazioni vera ed apparente dell'oggetto. Essendo, come ricavato, $XX' = R_0 \tan z'$, si ha:

$$\begin{aligned} \delta - \delta' &= -R_0 \tan z' \cos\omega \\ \alpha - \alpha' &= R_0 \tan z' \sec\delta' \sin\omega \end{aligned} \tag{6.7}$$

La determinazione di ω può essere effettuata approssimandolo all'angolo $P\hat{X}'Z$, ottenendo così grazie alla trigonometria sferica:

$$\begin{aligned} \delta - \delta' &= -R_0 \tan z' \frac{\sin\delta' \cos z' - \sin\varphi}{\cos\delta' \sin z'} \\ \alpha - \alpha' &= R_0 \tan z' \sec\delta' \frac{\cos\varphi}{\sin z'} \sin H' \end{aligned} \tag{6.8}$$

Dal momento che H' e δ' sono noti dall'osservazione, dal sistema 6.8 si risale ad α e δ.

6.2 Trattazione completa

Le considerazioni del paragrafo precedente sono attendibili solo qualora si considerino stelle molto vicine allo zenit. Nel momento in cui si esaminimo oggetti con distanze zenitali maggiori, occorre procedere ad una trattazione più rigorosa. Innanzitutto non si trascura più la sfericità della Terra, ma si assume l'atmosfera come costituita da strati concentrici. Ciò significa che la densità dell'aria e con-

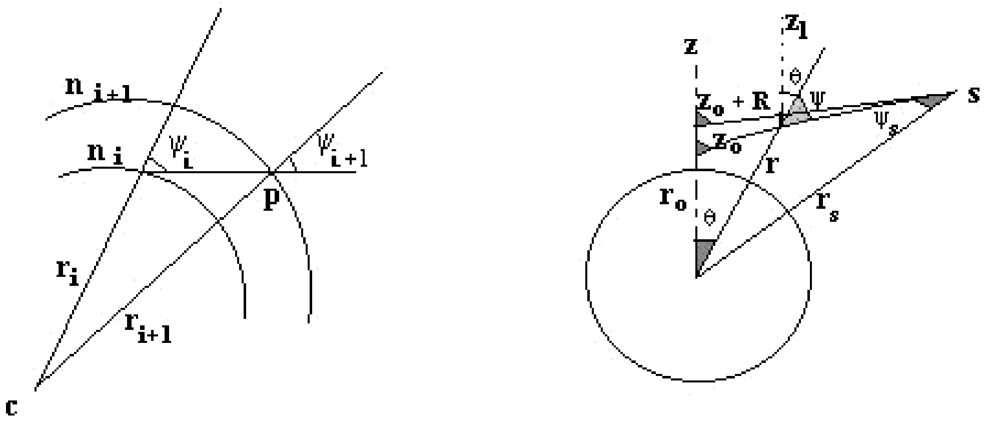

Figura 6.3: *Rifrazione atmosferica*

Si consideri la figura 6.3: sia ψ_i l'angolo che la direzione della stella forma con il raggio della sfera celeste nell'i-esimo strato ed indichiamo con α l'angolo $P_1\hat{P}C$. Si ha:

$$\mu_i \sin\psi_i = \mu_{i-1} \sin\omega \tag{6.9}$$

e

$$r_i \sin\omega = r_{i-1} \sin\psi_{i-1} \tag{6.10}$$

Ne segue:

$$r_i\mu_i \sin\psi_i = r_{i-1}\mu_{i-1} \sin\psi_{i-1} \tag{6.11}$$

e, indicando con r_0 (fig. 6.3) la distanza geocentrica dell'osservatore O:

$$r\mu \sin\psi = r_0\mu_0 \sin z_0 \tag{6.12}$$

con ψ angolo che il raggio dal vuoto forma con lo strato atmosferico più esterno e z_0 angolo di rifrazione a terra.

Al fine di determinare la rifrazione R occorre procedere alla valutazione della deviazione angolare allo zenit, sia essa dz. A tal fine si consideri la figura 6.3: in aggiunta alle definizioni precedenti, indichiamo con P un punto del cammino di un raggio luminoso attraverso l'atmosfera e con ϑ l'angolo che la congiungente CP forma con la retta parallela allo zenit passante per P. Avremo le due ovvie relazioni:

$$\begin{aligned} z &= \vartheta + \psi \\ \tan\psi &= r\frac{d\vartheta}{d\psi} \end{aligned} \tag{6.13}$$

Ne segue allora:

$$dz = d\psi + dr \tan\frac{\psi}{r} \tag{6.14}$$

e dalla 6.12, derivando:

$$dz = -\frac{d\mu \tan\psi}{\mu} \tag{6.15}$$

In conclusione, il valore della rifrazione R si ottiene derivando $\tan\psi$ dalla figura 6.3 ed integrando sull'indice di rifrazione[2]:

$$R = r_0\mu_0 \sin z_0 \int_1^{\mu_0} \frac{\mathrm{d}\mu}{\mu(r^2\mu^2 - r_0^2\mu_0^2 \sin^2 z_0)^{1/2}} \tag{6.16}$$

---

[2] dalla 6.12 si ottiene infatti: $\tan\psi = \frac{r_0\mu_0 \sin z_0}{(r^2\mu^2 - r_0^2\mu_0^2 \sin^2 z_0)^{1/2}}$

Questa è la formula esatta dell'angolo di rifrazione R, al quale si risale ovviamente conoscendo gli estremi d'integrazione.

Sempre avvalendosi della 6.3, si consideri la linea asintotica a cui tende il cammino del raggio luminoso: essa interseca Z in A. Il tratto AO rappresenta l'altezza sull'orizzonte a partire dalla quale è corretto fare le nostre considerazioni, infatti quando si applica la correzione per la rifrazione le coordinate topocentriche che si derivano non sono esattamente le coordinate del sito osservativo, ma quelle ad altezza h_0 dal luogo d'osservazione, dove (Green, 1985):

$$h_0 = r_0 \left[\frac{\mu_0 \sin z_0}{\sin(z_0 + R)} - 1 \right] \tag{6.17}$$

Tuttavia, h_0 è molto piccola, praticamente trascurabile a piccole distanze zenitali. Essa è praticamente nulla allorché si considerino oggetti celesti più distanti della Luna o dei satellitit artificiali.

Ciò che invece non si può trascurare è la dipendenza dell'indice di rifrazione dalle condizioni atmosferiche. La tabella 6.1 riassume i dati presi da C. W. Allen (1976), e quantifica le approssimazioni fatte nel trascurare la sfericità della Terra per piccoli angoli zenitali.

Ove si decida di tenerne conto, sarà in ogni caso possibile approssimare al prim'ordine. Dalla relazione $r = r_0 + h_0$ (con $h_0/r_0 \ll 1$), sostituendo nella 6.16 si può espandere in serie R ed ottenere:

$$R = R_1 - R_2 + \mathrm{O}(h_0^2/r_0^2)$$

dove con R_1 ed R_2 si indicano le seguenti quantità:

$$\begin{aligned} R_1 &= \mu_0 \sin z_0 \int_1^{\mu_0} \frac{\mathrm{d}\mu}{\mu(\mu^2 - \mu_0^2 \sin^2 z_0)^{1/2}} \\ R_2 &= \frac{\mu_0 \sin z_0}{r_0} \int_1^{\mu_0} \frac{h\mu \mathrm{d}\mu}{(\mu^2 - \mu_0^2 \sin^2 z_0)^{3/2}} \end{aligned} \tag{6.18}$$

Dalla 6.18, espandendo in serie di $(\mu_0 - 1)$ si ottiene (Green, 1985):

$$R_1 = (\mu_0 - 1) \tan z_0 + \frac{1}{2}(\mu_0 - 1)^2 \tan^3 z_0 \tag{6.19}$$

ALTEZZA H (km)	$\log(n-1)$	K (arcsec)
0	-3.55	57.8
10	-4.05	19.2
20	-4.69	4.2
30	-5.38	0.85
40	-6.04	0.19
50	-6.63	0.05
100	-9.96	$2{\cdot}10^{-5}$

Tabella 6.1: *Tabella di Allen*

Per ricavare R_2 è invece necessario lavorare in termini di densità atmosferica, oltre che in termini di indice di rifrazione[3]. Si ottiene, con una nuova espansione in serie di $(\mu_0 - 1)$ (Green, 1985):

$$R_2 = (\mu_0 - 1)\frac{H_0}{r_0}\tan z_0 \sec^2 z_0 \tag{6.20}$$

con H_0 altezza equivalente di un'atmosfera omogenea.

La formula per la rifrazione si può allora approssimare come segue:

$$R = A \tan z_0 + B \tan^3 z_0 + \ldots \tag{6.21}$$

dove A e B sono le costanti di rifrazione il cui valore dipende dalle condizioni di osservazione: temperatura, umidità, pressione, lunghezza d'onda degli oggetti

---

[3] Per fare tale espansione occorre che $(\mu^2 - \mu_0^2 \sin^2 z_0)^{1/2}$ non sia più piccolo di h/r_0. Questo avviene se z_0 è più grande di $1/\sin(1/\mu_0)$, cioè se non siamo troppo vicini all'orizzonte. In tal caso si può scrivere: $\mu = 1 + (\mu_0 - 1) \cdot \varrho/\varrho_0$, considerando successivamente di assumere $\varrho/\varrho_0 \ll 1$

osservati. Tutti questi termini influiscono sulla determinazione di μ_0. Il valore di H_0 a sua volta dipende dalla gravità del luogo e dal momento che questa è legata alla distanza dal centro della Terra, è necessario operare una correzione per la latitudine e l'altezza del livello del mare del sito d'osservazione.

Dato che le cause che implicano una variazione dell'indice di rifrazione sono complicate, è spesso utile ricorrere a tabelle di consultazione che includono nei valori di A e B tutti gli effetti menzionati. Tali tavole riportano i valori di R fermandosi al second'ordine nell'espansione, ma se si considerano distanze zenitali superiori a 75° tali formule risultano inadeguate.

Vicino all'orizzonte le tavole della rifrazione sono basate essenzialmente sui dati osservativi. Ne segue che la rifrazione atmosferica altera le coordinate di una stella in un modo non del tutto determinabile e l'incertezza aumenta rapidamente con la distanza dallo zenit. Qualora si voglia avere una buona accuratezza nella determinazione della posizioni è quindi necessario restringere le osservazioni a piccole distanze zenitali.

6.3 La rifrazione di colore differenziale

Qualora si voglia determinare la parallasse relativa di un oggetto occorre tener presente che le stelle di riferimento di cui ci si serve quasi sempre presentano un colore diverso da quello della stella di parallasse. Per quanto visto nel precedente paragrafo, l'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda λ della luce incidente, di conseguenza stelle di colore diverso subiranno effetti rifrattivi diversi, dei quali è necessario tener conto se si vuole risalire ad una corretta valutazione della distanza. Tali differenze sono di norma piccole, perciò si parla di effetti di *rifrazione differenziale di colore*, che nel prosieguo della trattazione indicheremo sempre con la sigla **DCR** (*Differential Color Refraction*).

6.3.1 Metodi di calcolo

Il valor medio di rifrazione di una stella di un dato tipo spettrale può essere deteminato avvalendosi di un modello più che accettabile presentato da Stone nel 1985, che lega la rifrazione alla lunghezza d'onda mediante funzioni peso che riflettono i cambiamenti nella distribuzione energetica intrinseca causata dall'arrossamento interstellare, dall'assorbimento atmosferico, dai diversi effetti strumentali. Il valore della rifrazione media è dato dall'espressione:

$$r = \frac{\int_0^\infty S(\lambda)E(\lambda)A(\lambda)L(\lambda)G(\lambda)D(\lambda)R(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty S(\lambda)E(\lambda)A(\lambda)L(\lambda)G(\lambda)F(\lambda)D(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda} \tag{6.22}$$

$S(\lambda)$ è la distribuzione dell'energia spettrale intrinseca delle stelle di tipo spettrale compreso tra O e M5 e di diverse classi di luminosità, come catalogate da Straizys e Sviderskiere (1972). $E(\lambda)$ è la trasmittanza dovuta alla presenza di polveri interstellari lungo la linea di vista, che è molto pronunciata per i primi tipi spettrali. La frazione di luce ricevuta ad ogni lunghezza d'onda, espressa in termini del valore totale di estinzione interstellare, può essere scritta come:

$$E(\lambda) = 10^{0.4RE(B-V)d(\lambda)} \tag{6.23}$$

dove R è il rapporto di assorbimento e $d(\lambda)$ è l'estinzione selettiva (*selective extinction*) come valutata da Allen (1973) per un eccesso di colore $E(B-V) = 1.0$.

$A(\lambda)$ è la trasmissione dell'atmosfera al livello del mare, per osservazioni fatte ad un'arbitraria distanza zenitale. Se $T(\lambda)$ è l'assorbimento dell'atmosfera allo zenit, per le altre distanze si ha:

$$A(\lambda) = T(\lambda)^{\sec z}$$

espressione corretta fintanto che si considerino distanze zenitali inferiori ad 80°.

$L(\lambda)$ è la trasmissione dello specchio del telescopio.

$G(\lambda)$ è la funzione di sensibilità che riflette l'effetto della luce fuori fuoco (*defocusing effect light*) a diverse lunghezze d'onda, causato dalle differenti aberrazioni longitudinali cromatiche dell'obiettivo. La formula approssimata di $G(\lambda)$ come ricavata da Stone (1983) è la seguente:

$$G(\lambda) = 1 - \exp\left[\frac{k^2}{2}\left(\frac{1 + D\Delta f}{2\phi f^2}\right)^{-2}\right] \tag{6.24}$$

Questo per un profilo gaussiano dell'immagine: D è il diametro della lente, ϕ il seeing in radianti, f la lunghezza focale nel visibile, k l'intervallo di taglio, Δf la differenza nella lunghezza focale tra il visibile e la lunghezza d'onda λ della luce ricevuta.

$F(\lambda)$ è la trasmissione di ciascun filtro o della combinazione di più filtri.

$D(\lambda)$ è la curva di sensibilità spettrale del rivelatore.

$R(\lambda)$ è la rifrazione atmosferica per aria secca ad una determinata lunghezza d'onda come riportata dalle tavole di Danjon (1952). La sua espressione esplicita è:

$$R(\lambda) = \alpha(1 - \beta)\tan z - \alpha(\beta - \alpha/z)\tan^3 z \tag{6.25}$$

Il parametro $\alpha = (\mu - 1)$, mentre:

$$\beta = 0.001254\left(\frac{273 + t}{273}\right) \tag{6.26}$$

con t temperatura in °C.

L'indice di rifrazione, come calcolato da Owen (1967) vale:

$$(\mu - 1) \cdot 10^8 = \left[2371.34 - \frac{683939.7}{(130 - \sigma^2)} + \frac{4547.3}{(38.9 - \sigma^2)}\right] D_s \tag{6.27}$$

dove:

$$D_s = \left[1 + P_s\left(57.90 \cdot 10^{-8} - \frac{9.3250 \cdot 10^{-4}}{T} + \frac{0.25844}{T^2}\right)\right]\frac{P_s}{T} \tag{6.28}$$

con T temperatura in °K, P_s pressione dell'aria secca di composizione standard in millibar, mentre σ è il numero d'onda in microns^{-1}. Come già accennato nel precedente paragrafo, questa trattazione è precisa solo qualora si considerino distanze zenitali non superiori a 75°. Se tale condizione non viene rispettata è allora necessario tener conto di termini correttivi d'ordine superiore.

La relazione 6.25 non tiene ad esempio conto dell'umidità del sito d'osservazione. Se essa rappresenta un elemento importante, occorre allora introdurre un altro termine, secondo quanto fatto da Bowell (1951):

$$\Delta(\mu - 1) \cdot 10^6 = \frac{(0.0624 - 0.000680\sigma^2)P_w}{1 + 0.003661 \cdot t}$$

dove si indica con P_w la pressione parziale di vapore acqueo in millimetri di Mercurio (mm Hg). Dall'introduzione di tale descrizione, avvalendosi della 6.22 è possibile valutare il valor medio di rifrazione di tutte le stelle dei differenti tipi

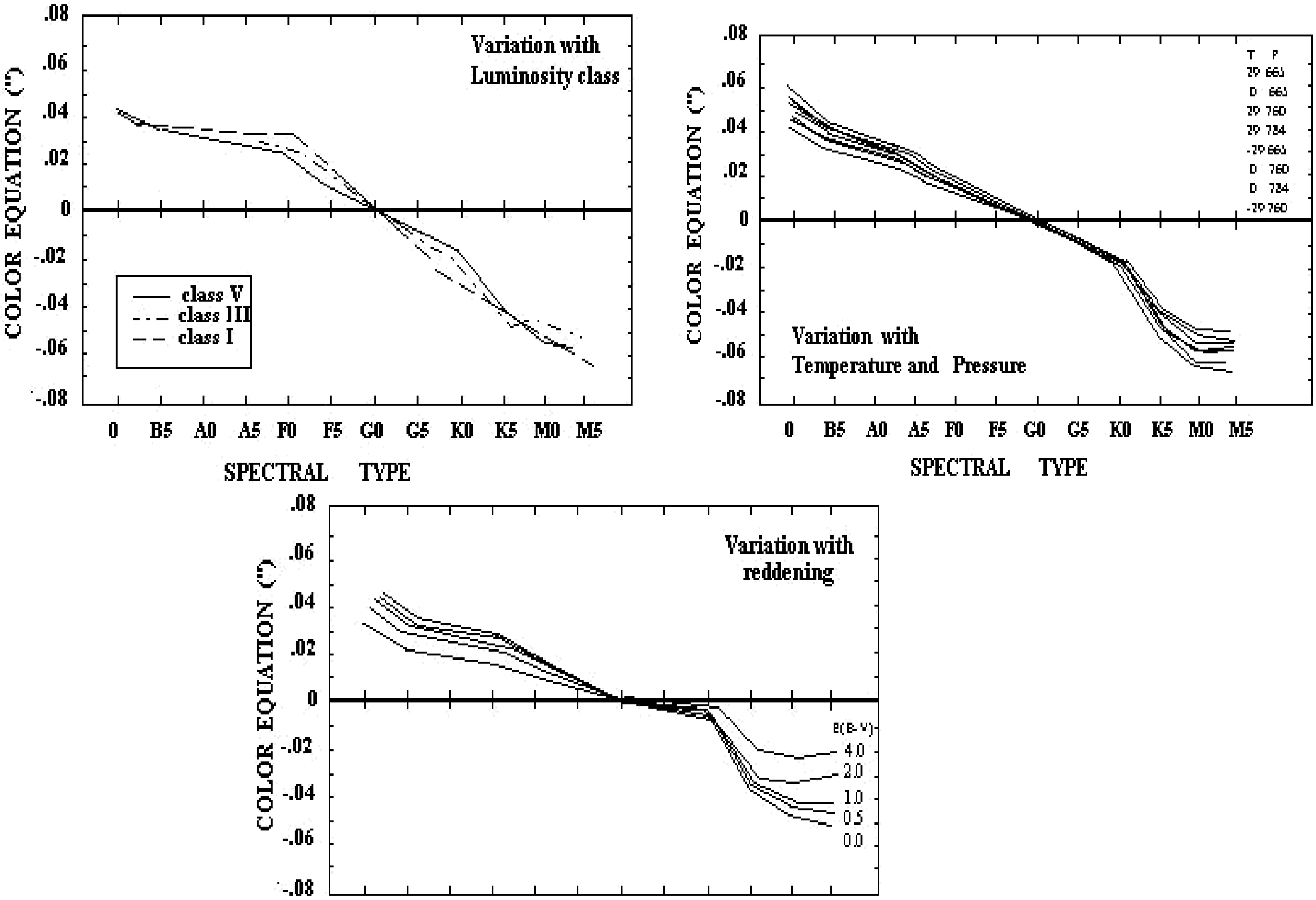

Figura 6.4: *Andamento di $F(V-I)$ in funzione di classi spettrali, arrossamento interstellare, temperatura e pressione.*

spettrali (da O ad M5) e classi di luminosità, per valori di λ compresi tra 3000 Åe 10000 Å. Nella figura 6.4 mostriamo tre grafici che esprimono rispettivamente la variazione dell'*equazione di colore* 6.22 in funzione delle classi di luminosità, dell'arrossamento interstellare ed in funzione di temperatura e pressione: in tale contesto, essa rappresenta la *rifrazione media differenziale* relativamente a stelle di tipo spettrale G0, alla distanza zenitale di 45° ed osservate al livello del mare. Nel secondo grafico, è evidente come l'assorbimento sia selettivo, nel senso che la luce blu ha il più elevato coefficiente d'estinzione e comprensibilmente stelle con elevata luminosità sono particolarmente affette dall'arrossamento. Le condizioni di variabilità di tali parametri in diversi siti osservativi possono produrre significativi cambiamenti nell'andamento dell'equazione di colore (terzo grafico di figura 6.4). Per variazioni annuali di temperatura dell'ordine di 10-35 °C e di pressione di 740-780 mm la variazione massima è di $\sim 7\%$.

Bisogna inoltre sottolineare che l'equazione di colore dipende dalle condizioni di seeing: quando queste peggiorano i dischi di Airy in luce blu e rossa crescono in dimensioni molto più lentamente di quelli in luce gialla e come conseguenza ultima l'equazione di colore ha una pendenza più ripida.

6.4 Correzione dell'effetto DCR

Qualora si studi la parallasse relativa di un oggetto celeste, occorre tener presente che le stelle di riferimento all'interno del campo di vista della stella di programma hanno diversi colori. Esse subiranno perciò una diversa rifrazione allorché il campo venga osservato via via più distante dal meridiano. Questo effetto è comunemente indicato con il nome DCR ed ha un valore proporzionale alla tangente all'angolo zenitale, tan z. La stima dell'effetto DCR è attualmente di primaria importanza nel valutare la precisione sul valore della parallasse relativa e può essere minimizzato riducendo le osservazioni al passaggio sul meridiano. Tuttavia restringere tutte le esposizioni all'esatto passaggio al meridiano riduce fortemente la flessibilità e l'efficienza di un qualsiasi programma d'osservazione.

È necesssario pertanto dare vita ad un approccio più pratico, che permetta osservazioni entro un intervallo di angolo orario e di conseguenza dia la possibilità al ricercatore di applicare la correzione empirica per compensare gli effetti di DCR.

In questo lavoro di tesi ci siamo occupati anche dello studio di una ben determinata metodologia analitica per la valutazione delle correzioni da apportare alle misure di posizione (in x e y) effettuate per tener conto dell'effetto della rifrazione di colore differenziale degli oggetti appartenenti al campo di vista di una stella del programma di parallassi. In particolare si considera il caso in cui le osservazioni siano contenute entro $\pm 15 - 30$ min dal passaggio al meridiano. La valutazione della correzione da apportare è basata sugli studi della rifrazione condotti da Stone (1984) e descritti nel precedente paragrafo.

Avvalendosi di tali osservazioni, le componenti della rifrazione nelle direzioni x ed y possono essere espresse come:

$$R_x = \alpha A\, Z_x \qquad\qquad R_y = \alpha A\, Z_y \tag{6.29}$$

dove $\alpha = \alpha(x,T,P)$, mentre A si definisce come:

$$A = 1 - \beta(1 + \tan^2 z) + \frac{\alpha}{2}\tan^2 z$$

dove α è l'indice di rifrazione alla lunghezza d'onda λ, alla temperatura T ed alla pressione P, $\beta = f(T)$ (eq. 6.26), infine z è la distanza zenitale di una stella con declinazione δ quando osservata ad un angolo orario t da un sito a latitudine ϕ.

Le quantità Z_x e Z_y sono le proiezioni della tangente zenitale lungo x ed y, rispettivamente:

$$\begin{aligned} Z_x &= cos\phi \sin t \sec z \\ Z_y &= s(\sin\phi \sec\delta \sec z - \tan\delta) \end{aligned} \tag{6.30}$$

con:

$$s = \begin{cases} +1 & \text{se } (\phi - \delta) \geq 0 \\ -1 & \text{se } (\phi - \delta) < 0 \end{cases} \tag{6.31}$$

Per misure entro un piccolo campo, che coinvolga esposizioni entro le due o tre ore dal meridiano, la quantità A può considerarsi costante, permettendo così di conservare un buon livello di precisione. Entro le condizioni di temperatura, umidità, pressione ed indice di colore riportati da Flagstaff (19...) e raccolti nella tabella 6.2, si ottengono valori di A compresi tra 0.994 e 0.998.

TEMPERATURA (°C) :	-50.0$\leq T \leq$ 24.0
PRESSIONE (mm Hg) :	$\leq P \leq$
LUNGHEZZA D'ONDA (Å):	690$\leq \lambda \leq$ 765
INDICE DI COLORE $(V-I)$:	0.5$\leq V-I \leq$ 4.7
DECLINAZIONE MINIMA :	$\delta \geq 20°$

Tabella 6.2: *Condizioni di temperatura e pressione, declinazione minima dell'oggetto, lunghezza d'onda d'emissione ed indice di colore che permettono di ottenere* $0.994 \leq A \leq 0.998$

Quindi, con un'incertezza massima dello 0.2%, si può attribuire ad A un valore costante di 0.9965. La quantità $\alpha(\lambda,T,P)$ può essere espressa come il prodotto di una funzione della lunghezza d'onda $W(\lambda)$ e di una seconda funzione $D(T,P)$ (vedi eq. 6.28). Con un'incertezza del 7% anche D può essere assunta costante. Il suo range di valori permessi è compreso tra 2.56 e 2.92. In pratica, le osservazioni sono fatte entro intervalli inferiori alla scala sulla quale P e T variano significativamente: di fatto, dunque, l'incertezza si riduce al 4%.

La prima approssimazione che viene fatta nella correzione dell'effetto DCR è l'assunzione che esista una relazione monotona tra l'indice di rifrazione $V-I$ misurato per una stella e $W(\lambda)$, la parte di α dipendente dalla sola lunghezza d'onda.

Ciò equivale ad assumere che il valore di $V - I$ misurato predica accuratamente la λ_{eff} di ciascuna stella osservata con il CCD. Ne segue che le relazioni 6.29 possono essere rimpiazzate dalle due seguenti equazioni:

$$R_x = F\,Z_x \qquad\qquad R_y = F\,Z_y \tag{6.32}$$

dove F è sola funzione di (V-I) e Z_x e Z_y sono date da:

$$\begin{aligned} Z_x &= cos\phi \sin t \sec z \\ Z_y &= s \sin\phi \sec\delta(\sec z - \sec(\phi - \delta)) \end{aligned} \tag{6.33}$$

In questo caso specifico si è praticato un raccoglimento su Z_y in modo da rendere anche questa componente relativa al valore di ogni campo al meridiano ($Z_x = 0$ sul meridiano, per cui cambia solo Z_y).

6.5 Determinazione analitica di Z_x e Z_y

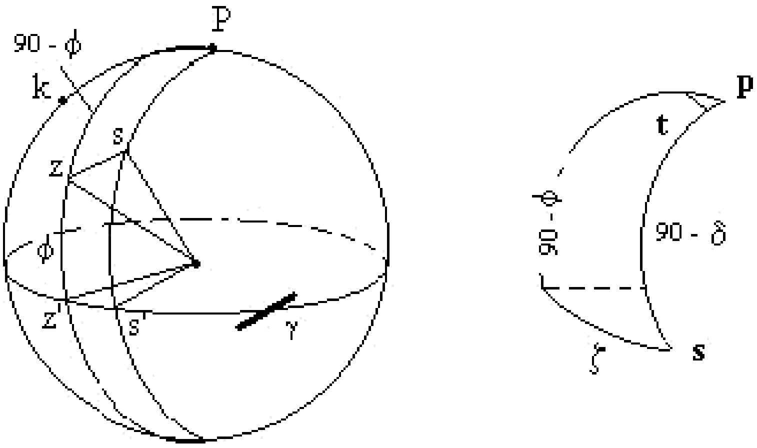

Figura 6.5: *Il calcolo delle componenti della rifrazione*

Per ricavare esplicitamente Z_x e Z_y bisogna riconsiderare la sfera celeste. Prendiamo ad esempio la figura 6.5. Siano P il polo nord celeste e Z lo zenit dell'osservatore

O posto al centro, ϕ la latitudine del sito d'osservazione ed S la stella in esame. SZ rappresenta la distanza zenitale dell'oggetto celeste in esame, SS' la sua declinazione mentre $S\hat{P}Z$ è l'angolo orario t. Dalle considerazioni fatte nei precedenti paragrafi il triangolo SZK può essere approssimato ad un triangolo piano, essendo SZ molto piccola. Avremo dunque che, con semplici regole di trigonometria:

$$\begin{aligned} Z_x &= \tan z \sin\alpha \\ |Z_y| &= \tan z \cos\alpha \end{aligned} \tag{6.34}$$

dove si prende positivo il verso di Z_y per cui $\phi - \delta \geq 90°$, negativo quello per cui $\phi - \delta < 90°$. Si potrà allora scrivere:

$$\begin{aligned} Z_x &= \tan z \sin\alpha \\ Z_y &= s \tan z \cos\alpha \end{aligned} \tag{6.35}$$

con s definito dalla 6.31. Per determinare α in funzione di quantità note ci si avvale delle leggi di trigonometria sferica applicate al triangolo ZSP:

$$\sin\phi = \sin\delta\cos\ z + \sin z \cos\delta\cos\alpha \tag{6.36}$$

Dalla 6.36 si ricava $\cos\alpha$ e di conseguenza Z_y:

$$Z_y = s \sin\phi \sec\delta(\sec z - \sec(\phi - \delta)) \quad c.v.d.$$

In modo del tutto analogo, sempre avvalendosi della trigonometria sferica, si ha:

$$\sin\alpha = \frac{sint}{\sin z}\cos\phi$$

e quindi si ottiene Z_x:

$$Z_x = \tan z \sin\alpha = cos\phi \sin t \sec z \quad c.v.d.$$

Anche la valutazione della distanza zenitale Z si ottiene mediante l'applicazione delle leggi di trigonometria sferica al triangolo PSZ di figura 6.5. Infatti si osserva che:

$$\cos z = \sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos t \tag{6.37}$$

da cui segue:

$$z = \arccos(\sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos t) \tag{6.38}$$

Nelle figure seguenti sono riportati i valori di Z_x e Z_y in funzione dell'angolo orario, ossia in funzione della distanza dell'oggetto dal meridiano. Come mostra la figura 6.6, per osservazioni comprese entro due ore ad est e due ore ad ovest del meridiano il valore di Z_x varia tra -0.5 e 0.5, mentre entro lo stesso intervallo di angolo orario Z_y (figura 6.7) ha una variazione minima. Chiaramente la procedura di calibrazione di $F(V-I)$ dipenderà essenzialmente dalle misure in x.

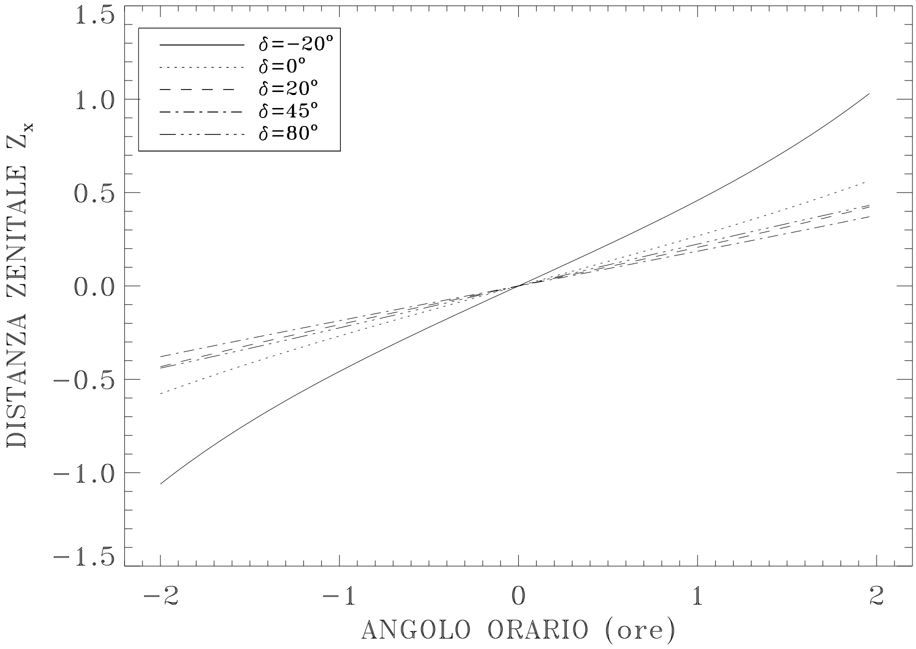

Figura 6.6: Z_x *in funzione dell'angolo orario*

6.6 Calibrazione empirica di $F(V-I)$

Al fine di poter calcolare il valore di $F(V-I)$ è necessario ripetere più osservazioni del medesimo campo durante una stessa notte in modo da spaziare un intervallo di angolo orario di 3 o 4 ore (2 ad est e due ad ovest del meridiano). Tutte queste

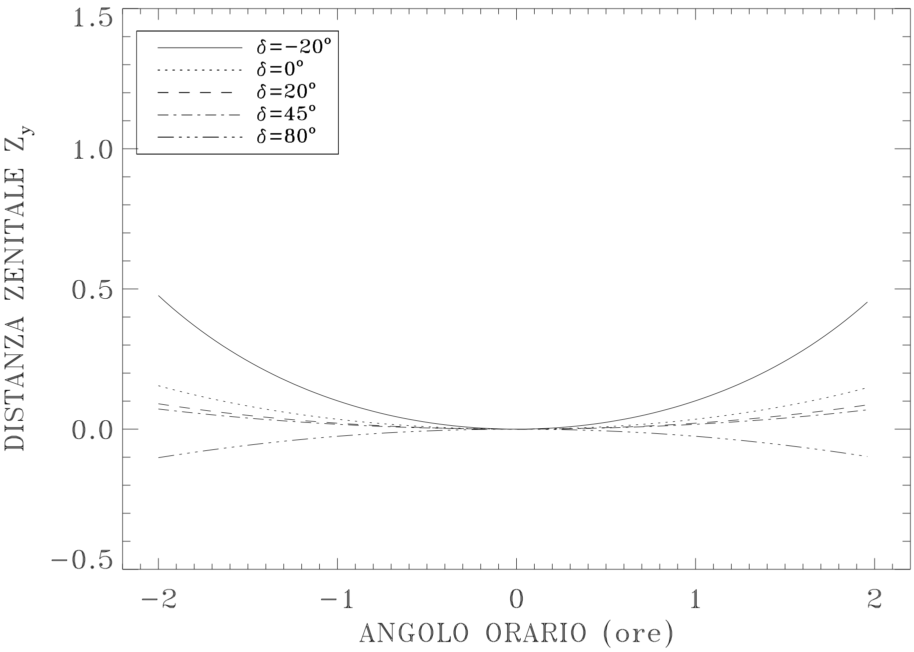

Figura 6.7: *Z_y in funzione dell'angolo orario*

osservazioni devono poi essere rapportate ad un'immagine di riferimento detta *immagine standard*, solitamente quella più prossima al meridiano.

Dalla relazione tra i residui nelle posizioni x_i della stella i-esima nelle n immagini e la sua distanza zenitale Z_x si ricava il valore di F per detta stella nel campo in esame. Chiaramente F corrisponderà al valore del coefficiente angolare della retta che meglio approssima la distribuzione dei residui Δx_i. A loro volta, i coefficienti angolari delle stelle del campo osservato dipenderanno dal colore di ciascuna di esse rispetto al valor medio di $(V-I)$ dell'intero campo. Qualora si combinino i risultati di più campi osservati durante la campagna osservativa, occorrerà tenerne conto.

Nel nostro lavoro di ricerca ci siamo serviti di N campi seguiti in n differenti notti, in condizioni di seeing non sempre ottimali, per un totale di Nx^n esposizioni, e di M stelle, ciascuna caratterizzata da un ben preciso indice di colore $(V-I)$. Per ottenere F occorrerà combinare il risultato degli N campi in una singola relazione, imponendo che per $(V - I) = 0$ sia $F = 0$, e sottraendo ai coefficienti angolari di ciascuna stella di un determinato campo la opportuna costante (di punto zero).

Ci si aspetta una distribuzione dei valori F_M osservati che sia approssimabile ad un polinomio del quart'ordine, come il seguente:

$$F(V-I) = a\,(V-I) + b\,(V-I)^2 + c\,(V-I)^3 + d\,(V-I)^4 + e \tag{6.39}$$

Per una trattazione più dettagliata e per la determinazione dei coefficienti a, b, c, d, e, si rimanda al capitolo successivo, nel quale verranno discussi in dettaglio gli elementi fondamentali della procedura di acquisizione ed elaborazione dati da noi elaborata.

Capitolo 7

RIDUZIONE ED ANALISI DATI: RICERCA E STUDIO DI EFFETTI DI RIFRAZIONE

7.1 Introduzione

Qualora si abbia a che fare con la determinazione delle parallassi trigonometriche per stelle con colori estremi, è necessario tener conto del contributo di una differente rifrazione atmosferica sulle stelle del campo.

Campagne osservative condotte da Monet nel 1992 presso l'U.S. Naval Observatory e da Tinney nel 1993 presso l'Anglo Australian Observatory hanno permesso di verificare l'esistenza dell'effetto DCR: le correzioni da apporre ai valori di parallasse ottenuti per una stella di programma a causa degli effetti di rifrazione differenziale di colore sono stati stimati essere dell'ordine di 3-5 mas.

L'effetto dipende in ultima analisi dalla lunghezza d'onda effettiva $\lambda_{\rm eff}$ d'emissione di un oggetto di dato tipo spettrale a Terra, assumendo che la funzione di trasmissione del telescopio sia pressoché piatta, che le funzioni di risposta e trasmissione del CCD siano buone, che fenomeni di arrossamento della luce proveniente dall'oggetto in esame dovuti all'assorbimento da parte del pulviscolo interstellare siano trascurabili (sicuramente vero per oggetti vicini entro qualche decina di pc).

Il valore di $\lambda_{\rm eff}$ dipende crucialmente dalle caratteristiche del rivelatore di cui si dispone. Per questo diventa particolarmente interessante evidenziare le differenti prestazioni di punta raggiungibili da parte della camera CCD dell'USNO a confronto con quelle del rivelatore operativo all'Osservatorio Astronomico di Torino.

In figura 7.1 mostriamo sovrapposte le curve di risposta dei CCD impiegati presso il riflettore da 1.55 m del U.S. Naval Observatory e presso il riflettore da 1.05 m dell'Osservatorio di Torino: sono riprodotte le risposte dei rivelatori nelle bande R ed I, rispettivamente, dato che queste sono le bande nelle quali viene acquisito il materiale osservativo.

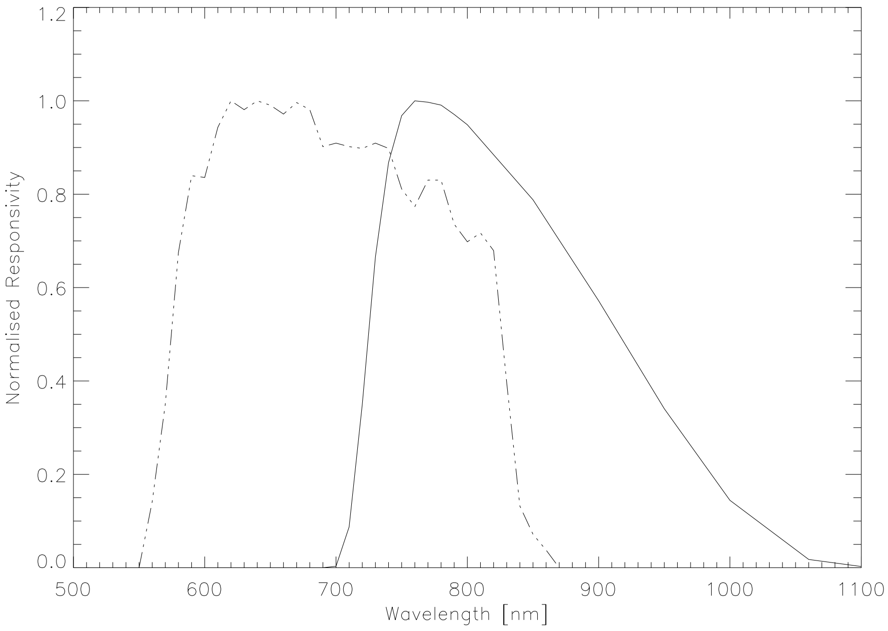

Figura 7.1: *Curve di risposta in R del CCD dell'USNO (linea tratteggiata) e in I di quello dell'OATo (linea continua): sono evidenti i diversi range di operatività in lunghezza dei due rivelatori.*

Il confronto viene effettuato poiché sia USNO che OATo utilizzano il medesimo sistema di filtri $UBVRI$ (Johnson-Cousin).

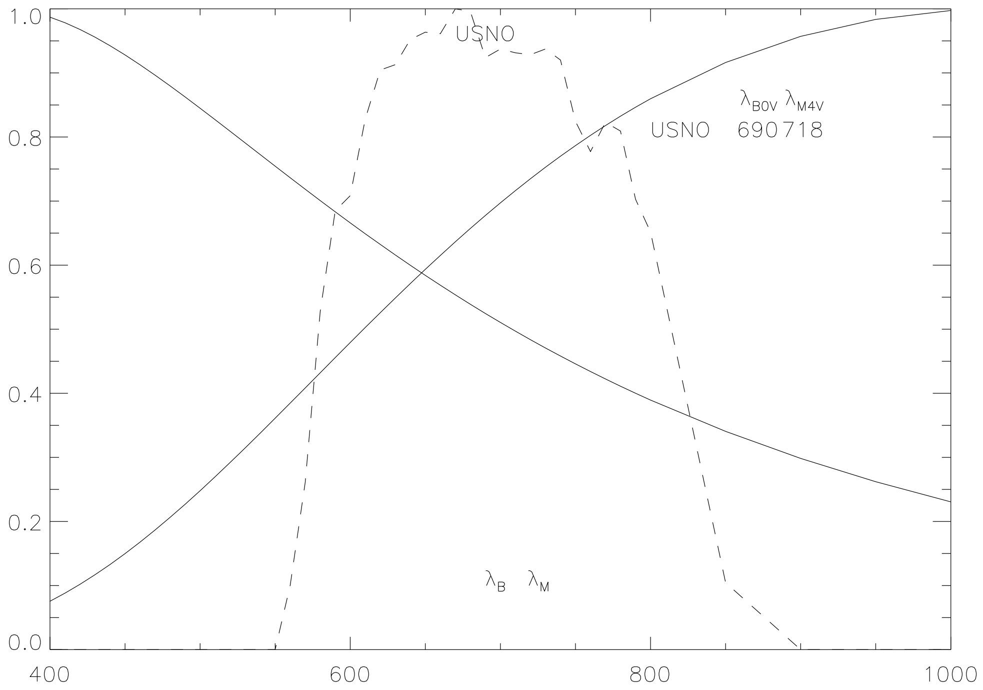

Figura 7.2: *Curva di risposta del CCD dell'USNO: ad essa sono sovrapposte le curve di corpo nero relative a due stelle di tipo spettrale B0V e M4V, rispettivamente; nel grafico sono evidenziati i valori limite corrispondenti al range di lunghezze d'onda effettive* λ_{eff} *per i due oggetti, nella banda R dello spettro adottata dall'USNO per il programma osservativo.*

Considerando ora tali curve di risposta e le relative curve di trasmissione nominale per i diversi filtri, se ne è prodotta una convoluzione, ad una determinata lunghezza d'onda. Le figure 7.2 e 7.3 mostrano le curve di corpo nero relative ad una stella di classe spettrale B0V e ad una di classe spettrale M4V, limiti superiore ed inferiore di luminosità per un astro di sequenza principale; tali curve sono sovrapposte ai grafici esprimenti l'efficienza quantica dei due diversi CCD; le curve indicano anche i valori di lunghezza d'onda effettiva per i due estremi del range di classe spettrale considerato, nelle diverse bande dei filtri utilizzati dai due Osservatori. Per l'USNO disponiamo solamente dei due valori di λ_{eff} nella banda R, quella utilizzata dal gruppo di Monet durante lo sviluppo del programma di determinazione delle parallassi; per l'OATo invece la banda operativa è quella I.

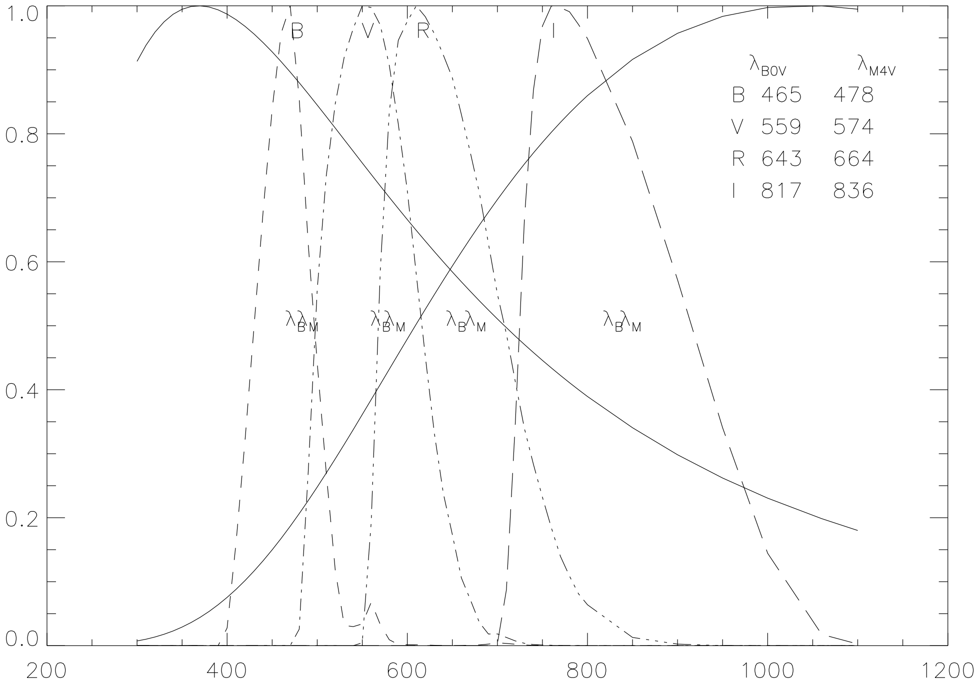

Figura 7.3: *Curve di trasmisione del CCD dell'OATo: ad esse sono sovrapposte le curve di corpo nero relative a due stelle di tipo spettrale B0V e M4V, rispettivamente; nel grafico sono evidenziati i valori limite corrispondenti al range di lunghezze d'onda effettive* λ_{eff} *per i due oggetti, nelle diverse bande dello spettro: la banda I è quella adottata dall'OATo per il programma osservativo.*

La differente posizione dell'intervallo di lunghezze d'onda effettive utili per la copertura dell'intero range di classi spettrali costituisce elemento decisivo per quanto concerne la stima quantitativa degli effetti rifrattivi.

La relazione fondamentale di cui abbiamo bisogno, come anticipato, è infatti quella che lega l'entità della variazione in rifrazione (espressa in mas su unità della tangente della distanza zenitale) alla lunghezza d'onda nella quale si osserva: tale relazione funzionale si verifica essere dipendente dalla temperatura e dalla pressione esistenti al suolo nel sito ove si trova il rivelatore. Assumendo una temperatura di 4 °C (media per una notte d'osservazione autunno-invernale) ed una pressione di 550 mm Hg (per il sito osservativo dell'USNO) oppure di 710 mm Hg (per l'Osservatorio di Torino), in figura 7.4 mostriamo esplicitamente la relazione intercorrente tra

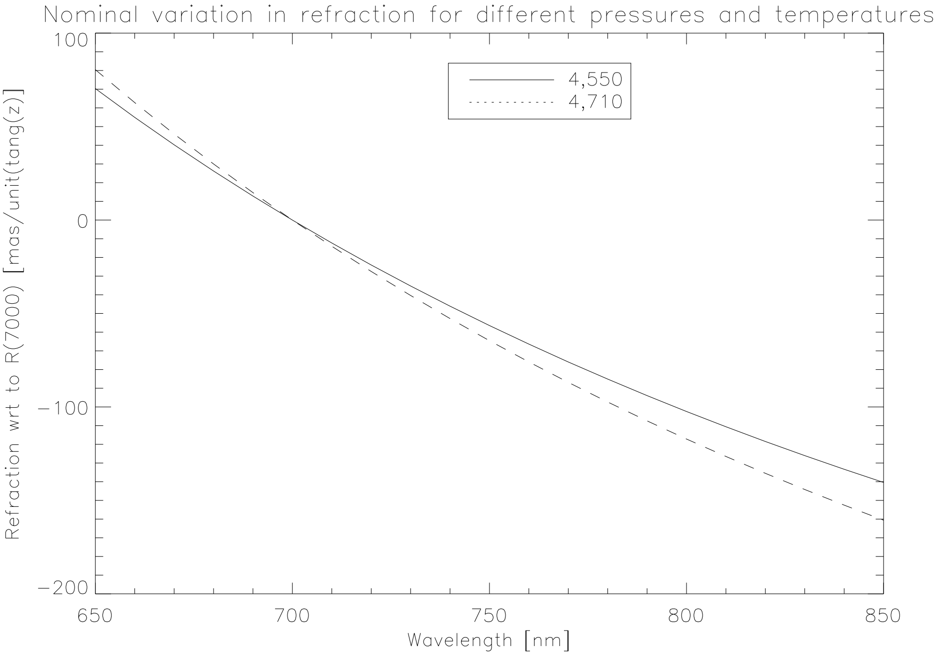

Figura 7.4: *Variazione nominale della rifrazione in funzione della lunghezza d'onda, per differenti valori di pressione e temperatura.*

queste due quantità (si assume rifrazione nulla per $\lambda = 700$ nm).

Il risultato che otteniamo è abbastanza chiaro: il CCD dell'USNO è operativo nell'intervallo di lunghezze d'onda effettive $690 \leq \lambda_{\mathrm{eff}} \leq 718$ nm, mentre ciò vale per il rivelatore dell'OATo nel range $817 \leq \lambda_{\mathrm{eff}} \leq 836$ nm: osservando la curva 7.4, si vede chiaramente come gli effetti di rifrazione nel caso dell'OATo siano praticamente dimezzati rispetto all'entità osservabile dell'effetto da parte dell'USNO.

In questo capitolo descriviamo gli algoritmi implementati per ottenere evidenza empirica del fatto che, sotto le ipotesi operative suesposte, l'effetto DCR non risulta osservabile con la strumentazione in nostro possesso.

7.2 Presentazione dei campi d'indagine

Come già largamente discusso nel capitolo 6, le indagini per la ricerca dell'effetto DCR sono state condotte tramite test effettuati sul medesimo campo nell'ambito di una medesima notte osservativa, considerando un *range* di angolo orario variabile, da un minimo di 2 ad un massimo di 5 ore. La tabella 7.1 riporta l'elenco degli oggetti sottoposti al test, tutti appartenenti al programma TOPP per la determinazione delle parallassi trigonometriche.

CAMPO	δ (gradi)	HA (ore)	T (sec)	N
LHS 1104	52.68	1.96	variab.	51
LHS 1547	-1.80	1.64	300	19
LHS 26	58.27	0.70	300	27
a7	-15.60	-3.02	420	7
LHS 1302	-10.56	2.06	420	25
LHS 243	34.99	-3.68	420	15
LHS 254	-7.95	5.10	420	31
LHS 334	45.59	4.00	300	44
LHs 2632	31.80	4.39	300	15
LHS 2719	-3.93	6.255	300	7
LHS 360	-5.717	-5.67	540	9
mrser	18.96	4.94	360	11
LHS 3164	5.49	1.78	360	24
LHS 3536	18.45	1.07	130	60
LHS 450	68.35	-3.72	240	19
1821n10	10.76	-1.89	420	95
LHS 551	23.31	4.01	360	25

Tabella 7.1: *La lista di oggetti selezionati per la ricerca e lo studio dell'effetto DCR: di ciascuno di essi riportiamo nome, declinazione, angolo orario, tempo d'esposizione, numero di stelle presenti su tutte le immagini*

Si è ritenuto opportuno scegliere un campione di stelle con un intervallo di declinazione abbastanza ampio, sebbene l'effetto si manifesti in modo più evidente a declinazioni meno elevate: in caso contrario, la tangente alla distanza zenitale in entrambe le componenti, Z_x e Z_y, assume infatti valori piccoli, di conseguenza l'entità dell'effetto è via via inferiore al crescere di δ.

Il riscontro fotometrico costituisce un altro tassello di fondamentale importanza: per i campi studiati devono essere disponibili i risultati della fotometria relativa, poiché ai fini della ricerca dell'effetto DCR diviene indispensabile trattare oggetti dei quali si abbia una stima assoluta dell'indice di colore.

La tabella 7.1 riporta in effetti un elenco ridotto a quei campi provvisti di relativa notte fotometrica, tra tutti quelli sui quali è stato eseguito il test del DCR: questo per brevità, anche se *de facto* il numero di campi utilizzati in questa indagine è più grande, essendo questi ultimi divenuti utili in occasione di test specifici d'accertamento durante l'implementazione dei programmi di analisi dei dati.

7.3 Il codice di riduzione ed analisi dei dati

7.3.1 Eliminazione di immagini "impure"

Il primo passo da compiere consiste nella eliminazione dei frames che presentano impurità di vario genere:

- errori umani nella procedura di centramento del campo d'osservazione; può inoltre accadere che durante la notte l'astrometrista dimentichi di ruotare la cupola;
- presenza di immagini evidentemente ottenute in condizioni di elevata nuvolosità o in notti di luna piena, che si traducono in campi con un numero di stelle limitato;
- problemi di interpretazione dei frames da parte del *software* di riduzione dei dati.

Sarebbe opportuno procedere anche all'eliminazione di quelle immagini che non contengono la stella di parallasse, di norma l'oggetto più rosso tra quelli presenti nel campo sotto investigazione. La sua presenza si rivela indispensabile ai fini della stima dell'effetto.

7.3.2 Selezione delle stelle di riferimento

Il passo successivo prevede la ricerca di quelle stelle che compaiono su tutti i frames, le uniche di cui si potrà usufruire nel processo di mappatura dei frames.

Prima di procedere in questa direzione, è necessario un confronto con il materiale osservativo relativo alle notti fotometriche. Solo quel campione di stelle per le quali sia disponibile un stima assoluta di magnitudine in I ed indice di colore $V-I$ verrà preso in considerazione. In tal modo sarà possibile valutare il peso relativo di ciascuna di esse.

Successivamente, individuate le stelle comuni a tutti i frames fra quelle rimanenti, occorre effettuare una selezione su quest'ultime, in modo da rendere il processo di mappatura dei frames, per quanto possibile, indipendente dall'effetto DCR. Si è ritenuto opportuno mantenere un numero minimo di 6 stelle utili alla determinazione dei coefficienti di lastra: il criterio di selezione prevede l'individuazione del set di oggetti aventi intervallo di indice di colore molto piccolo, in modo che venga ridotto il contributo degli effetti differenziali rifrattivi delle stelle di campione.

Per determinare il miglior criterio selettivo, si sono applicate diverse possibili procedure operative:

a) scelta di almeno 6 stelle con range di intervallo di variabilità di $V-I$ minimo;

b) suddivisione del campione di oggetti in 2 intervalli distinti di indice di colore e successiva scelta di 2 set di almeno 6 stelle con minore range di variabilità all'interno dei suddetti intervalli;

c) scelta delle stelle con indice di colore più prossimo a quello mediano;

d) scelta delle stelle con indice di colore più prossimo a quello medio.

In realtà, 6 è il numero minimo di stelle selezionabili. È tuttavia possibile che il numero di oggetti selezionati sia in esubero: in tal caso una volta effettuata la mappatura, si valuta, per ciascuna stella, la deviazione standard $\sigma_{\bar{x}_i}$ dal valor medio $\bar{x}_i$ della posizione da essa assunta lungo l'intero periodo di svolgimento del programma d'osservazione. Si decide allora di eliminare dal novero delle stelle di riferimento tutti gli astri per i quali:

$$\sigma_{\bar{x}_i} > 3\bar{\sigma}_{\bar{x}_i},$$

oggetti cioè che presentano deviazioni standard maggiori di 3 volte quella media $\bar{\sigma}_{\bar{x}_i}$.

7.3.3 Mappatura dei frames

Prima di effettuare una qualsivoglia analisi dell'effetto DCR, occorre procedere alla mappatura dei frames rispetto ad uno di riferimento. I criteri di scelta sono stati dettati dall'esigenza di cautelarsi nei confronti degli effetti rifrattivi e dalla necessità di avvalersi di un'immagine contenente un elevato numero di stelle di riferimento, garantendosi presumibilmente la disponibilità di una buona notte dal punto di vista fotometrico. Si rimanda al capitolo 8 per i dettagli teorici relativi alla procedura di mappatura.

Una volta determinati gli scarti quadratici medi per ciascun frame, si procede all'eliminazione di quelli che presentano errori significativamente grandi, secondo il criterio già citato del 3σ: immagini con errori superiori a 3 volte la deviazione standard media verranno scartate.

Una volta effettuata la mappatura, si deve procedere alla stima delle nuove posizioni assunte anche da quegli oggetti che sono stati esclusi dalla suddetta procedura.

7.3.4 Ricerca dell'effetto DCR

L'algoritmo per l'analisi dei dati prevede a questo punto l'utilizzo di tutte le stelle appartenenti al campione di riferimento, così come definito nel paragrafo 7.3.2.

Come introdotto nel capitolo 6, siamo alla ricerca di una evidente relazione di tipo lineare intercorrente tra la distribuzione dei residui alle posizioni di ciascun oggetto rispetto al frame di riferimento e la distanza zenitale dal meridiano, in x ed y:

$$\begin{aligned} R_x &= F(V-I)\,Z_x \\ R_y &= F(V-I)\,Z_y \end{aligned} \tag{7.1}$$

Abbiamo allora cercato, per ogni stella di riferimento, la curva di *best-fit* lineare. Anche in questo caso ci siamo avvalsi del criterio del 3σ per eliminare tutti quei punti (ciascuno corrispondente alla posizione su un frame) che si discostavano sensibilmente dal fit: evidentemente, questo procedimento va ripetuto in modo indipendente per ogni stella del campo. Le cause che determinano questa selezione possono essere di diversa natura: tra le più evidenti possiamo prendere in considerazione un cattivo centramento. Ne consegue che le stime dei coefficienti angolari delle rette di best-fit per ciascun oggetto saranno derivate avvalendosi di un numero variabile di punti.

7.3.5 Determinazione dell'equazione di colore

Come previsto dalla teoria introdotta nel capitolo 6, i risultati ottenuti dal calcolo dei fit lineari sono prettamente differenziali. Il coefficiente angolare di ciascun oggetto in un determinato campo d'indagine è strettamente correlato al valor medio del colore del campo. Allorché si vogliano combinare i risultati ottenuti in diverse notti d'osservazione o per diversi campi, occorre traslare le misure dei coefficienti angolari di ciascuno degli n campi di un valore costante arbitrario c_n: avremo tante costanti quanti sono i campi presi in considerazione. La necessità di operare in questa direzione nasce dalla seguente considerazione: supponiamo di aver calcolato, ad esempio, i coefficienti angolari per tutte le stelle appartenenti all'i-esima immagine acquisita per il campo LHS 1547. Calcoliamo quindi il valor medio dell'indice di colore: in linea di principio la presenza dell'effetto DCR fa sì che stelle con valori di $(V-I)$ prossimi al valor medio del campo abbiano *slopes* pressoché nulle, mentre il coefficiente angolare di un astro più blu o più rosso sarà sensibilmente diverso da zero (negativo o positivo rispettivamente). Nel momento in cui si cambi campo d'osservazione, ad esempio LHS 1302, relativamente ad esso il fenomeno dovrebbe ripresentarsi con modalità similari, ma ora l'indice di colore medio è diverso, per cui lo zero dei coefficienti angolari per LHS 1302 non corrisponde affatto allo zero per i coefficienti angolari valutati nel caso di LHS 1547. La determinazione delle *costanti di punto zero* diventa perciò un passo fondamentale, in quanto queste vanno poi sottratte debitamente ai coefficienti angolari di ciascuna stella di un determinato campo per poter quindi combinare i risultati ottenuti per tutti i campi in una singola relazione.

Definiamo allora lo zero dell'equazione di colore quando $V-I=0$ ed implementiamo una procedura di risoluzione del set di equazioni (tante quante sono le costanti) utilizzando il metodo dei Minimi Quadrati: il fit verrà eseguito assumendo come forma funzionale da accoppiare ai dati un polinomio di quart'ordine (la scelta di base secondo Monet 1994):

$$F(V-I)=a\,(V-I)+b\,(V-I)^2+c\,(V-I)^3+d\,(V-I)^4+e \tag{7.2}$$

In alternativa si sceglie come forma analitica per la curva di *best-fit* una retta:

$$F(V-I)=a\,(V-I)+b \tag{7.3}$$

Sia F_{mn} il coefficiente angolare relativo all'm-esimo oggetto nella n-esima notte e sia $(V-I)_m$ l'indice di colore assoluto della stella in esame. Si dovrà risolvere il sistema, che introduciamo in forma matriciale:

$$\begin{pmatrix} (V-I)_1 & (V-I)_1^2 & (V-I)_1^3 & (V-I)_1^4 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ (V-I)_2 & (V-I)_2^2 & (V-I)_2^3 & (V-I)_2^4 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & & \\ (V-I)_m & (V-I)_m^2 & (V-I)_m^3 & (V-I)_m^4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ F_m \end{pmatrix}$$

La matrice a primo membro ha tante righe, siano esse m, quante sono le stelle per le quali si è misurato il coefficiente angolare, indipendentemente dal campo d'appartenenza, ed un numero di colonne pari al numero di campi studiati, diremo n, per ognuno dei quali esiste una diversa costante c_n, più cinque, essendo la forma funzionale ricercata per $F(V-I)$ assunta essere un polinomio di quart'ordine più il termine noto. Il vettore dei coefficienti del polinomio e delle costanti a primo membro e quello dei coefficienti angolari a termine noto hanno entrambi un numero di righe pari ad m.

Nel caso in cui la curva di best-fit venga considerata essere una retta, naturalmente il numero di colonne diventerà $n+2$. Nell'eventualità che dall'analisi dei dati si riscontrasse un accordo significativo tra il risultato del fit e la distribuzione stimata dei coefficienti angolari, è possibile procedere alla correzione della posizione osservata per qualsiasi oggetto di qualsiasi campo grazie applicando direttamente la 7.2 o la 7.3 .

Supponiamo ad esempio di aver a che fare con due oggetti differenti di un medesimo campo, con indici di colore estremi. Dalle relazioni 7.1, conoscendo angolo orario, ascensione retta e declinazione dell'oggetto si risale al valore dei residui di posizione lungo x ed y e conseguentemente all'entità delle correzioni da apporre per effetto DCR lungo essenzialmente l'ascissa, dato che lungo l'ordinata la relativa proiezione della distanza zenitale, cioè Z_y, subisce variazioni molto meno consistenti.

7.4 Analisi dei dati

La procedura operativa discussa nei paragrafi precedenti è stata applicata ai campi dei quali disponevamo dal punto di vista del materiale osservativo.

Data la notevole mole di dati a disposizione, abbiamo deciso di soffermarci su tre campi soli opportunamente scelti, adottando nello specifico criteri di selezione basati sul numero di stelle presenti, sulla declinazione e sull'intervallo di variabilità dell'angolo orario.

I campi presi in considerazione sono LHS 254, LHS 3343, LHS 1547. In tabella 7.2 riportiamo le informazioni fondamentali relative.

CAMPO	RA (α)	DEC (δ)	Δ HA	$\overline{(V-I)}$	$\Delta\,(V-I)$
LHS 254	8.89837	-7.9458	2.6078319	0.94131712	3.3579998
LHS 3343 (notte 1)	17.9647	46.5879	3.2006771	1.0158750	2.2229996
LHS 3343 (notte 2)	17.9647	46.5879	3.5864483	0.99984217	2.2229996
LHS 1547	3.41760	-1.8020	-1.6394791	1.2386669	1.9219999

Tabella 7.2: *Parametri caratteristici dei tre campi scelti durante l'indagine.*

Come si può osservare, i campi scelti presentano intervalli diversi di variazione dell'angolo orario, sia a sinistra (LHS 1547) sia a destra (LHS 254) del meridiano; un campo (LHS 3343) è stato selezionato specificatamente per il suo valore di declinazione, $\delta \simeq 46°$, prossima alla latitudine eclittica del nostro sito osservativo: in prossimità del piano dell'eclittica Z_x e Z_y variano meno in funzione dell'angolo orario; sempre per LHS 3343 abbiamo deciso di analizzare immagini relative a due notti diverse, in modo da stimare gli effetti delle differenti condizioni iniziali (cambiamenti di *seeing*, di condizioni fotometriche, umidità, temperatura, pressione atmosferica) sul medesimo campo.

7.4.1 LHS 254, LHS 3343, LHS 1547

A conferma di quanto visto, riportiamo innanzitutto nella figura 7.5 i grafici che mostrano l'andamento delle due componenti della distanza zenitale in x ed y come funzione dell'angolo orario, per i tre campi in esame. In questo caso, così come discusso già nel capitolo 6, Z_x è molto più sensibile di Z_y alle variazioni di angolo orario. Per questo il contributo decisivo alle eventuali correzioni da apportare per effetto DCR alle posizioni delle stelle del programma di parallassi, al quale dedicheremo il successivo capitolo di questo lavoro, sono sostanzialmente quelle lungo la componente x.

Per questi campi presentiamo ora alcuni dei risultati ottenuti adottando tra i criteri di selezione del campione di stelle di riferimento descritti nei paragrafi precedenti quello relativo alla scelta di un set di stelle con indice di colore minimo tra le stelle rosse (vedi elenco nel paragrafo precedente). Tale scelta è stata dettata dalla necessità di selezionare stelle non troppo deboli (in media quelle più blu), dato che ciò comporta un peggioramento della qualità del centraggio.

Nel caso di LHS 254, il programma seleziona, a partire da un totale di 41 oggetti individuati appartenere a tutti i 13 frames disponibili, 8 stelle a destra del valor medio di indice di colore del campo (vedi tabella 7.2).

Per LHS 3343, nella prima delle due notti scelte per il confronto si partiva da 40 oggetti uguali su 13 immagini in totale, per arrivare a scegliere ancora 8 stelle per la mappatura.

Nel caso della seconda notte riguardante LHS 3343, si aveva a che fare con un campione iniziale di 38 stelle comuni ai 19 frames disponibili ed il programma ne selezionava 10 per determinare il set di astri di riferimento.

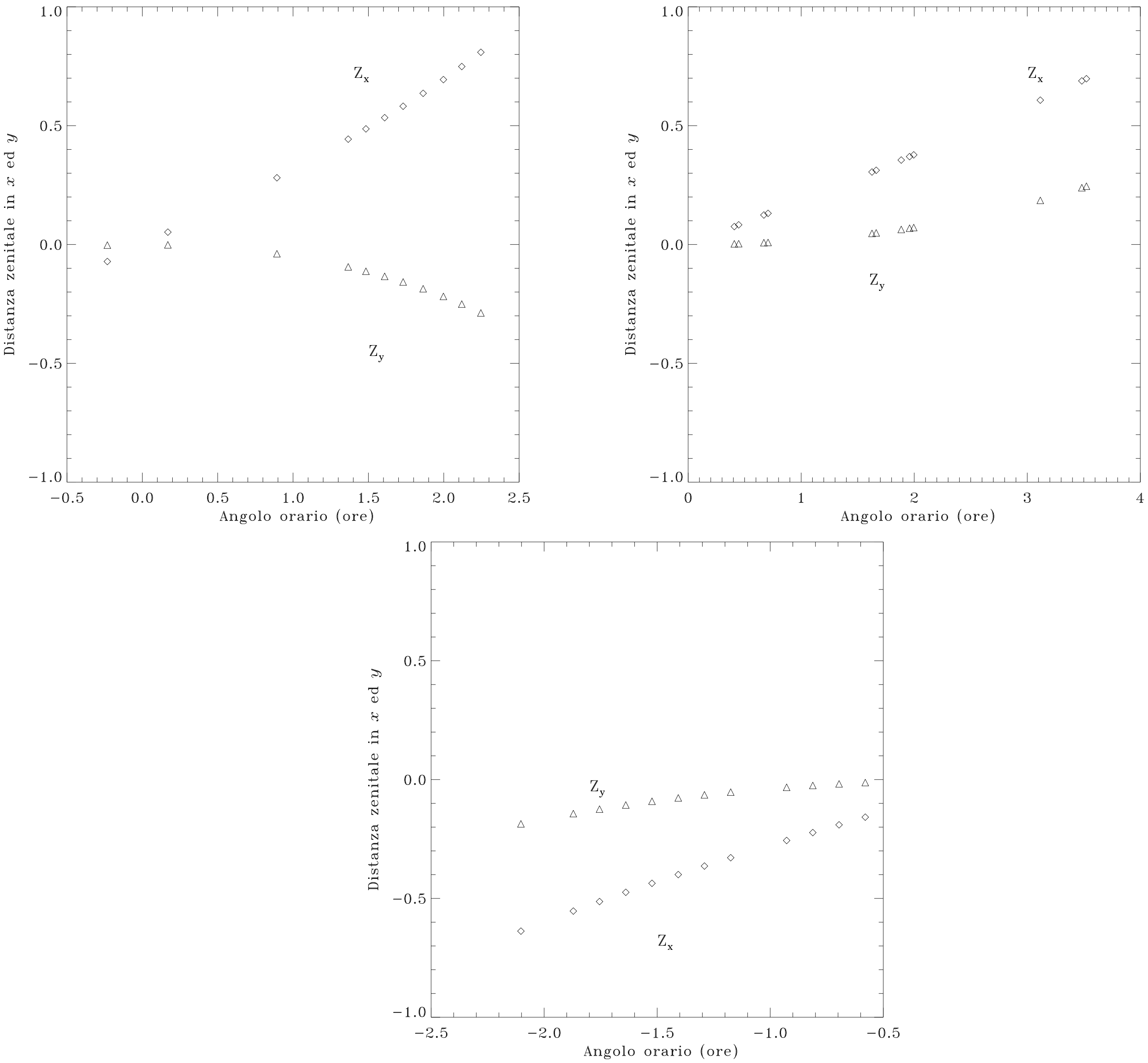

Figura 7.5: *Andamento delle componenti della distanza zenitale* Z_x *e* Z_y *per il campo LHS 254 (sinistra in alto), LHS 3343 (in alto a destra), LHS 1547 (in basso al centro*

In conclusione, per il campo 1547 si aveva a disposizione inizialmente un numero di 18 stelle uguali su 14 frames: dato l'esiguo numero di stelle comuni, sinonimo del fatto che il campo è relativamente poco popolato, si è individuato un numero di stelle di riferimento minimo, uguale a 6.

In tutti questi casi abbiamo determinato le rette di best-fit ai residui di posizione espressi in funzione della distanza zenitale, sia nel caso delle stelle di riferimento sia per quanto riguarda gli altri oggetti di questi quattro diversi campi.

7.4.2 Calcolo di $F(V-I)$

Dalla sovrapposizione delle pendenze delle rette di *best-fit* per tutti gli oggetti di tutti e tre i campi considerati, si dovrebbe ottenere una stima della funzione di calibrazione $F(V-I)$ per le correzioni alle posizioni delle stelle dovute all'effetto DCR.

Dalla sovrapposizione di tale curva di fit si deduce che in effetti neppure un'espressione analitica più articolata porterebbe a conclusioni migliori: la distribuzione dei punti è tale che di fatto non è visibile una precisa relazione come quella indicata da Monet (1992). Più interessante si è pensato avrebbe potuto rivelarsi mostrare lo stesso andamento dei coefficienti angolari in funzione dell'indice di colore, ma senza eseguire un fit particolare, dato che la distribuzione dei dati non sembra riprodurre una relazione di funzionalità specifica, quanto piuttosto verificando quale sia l'incidenza degli errori commessi sulla valutazione dei coefficienti angolari di ogni oggetto di ogni campo. Anche tale esperimento non ci ha però permesso di ricavare conclusioni positive.

7.5 Discussione dei risultati

In figura 7.6 mostriamo il risultato migliore ottenuto nella determinazione degli andamenti dei residui R_x in funzione della distanza zenitale: il caso di R_y è meno significativo a causa dell'evidente diverso comportamento della distanza zenitale

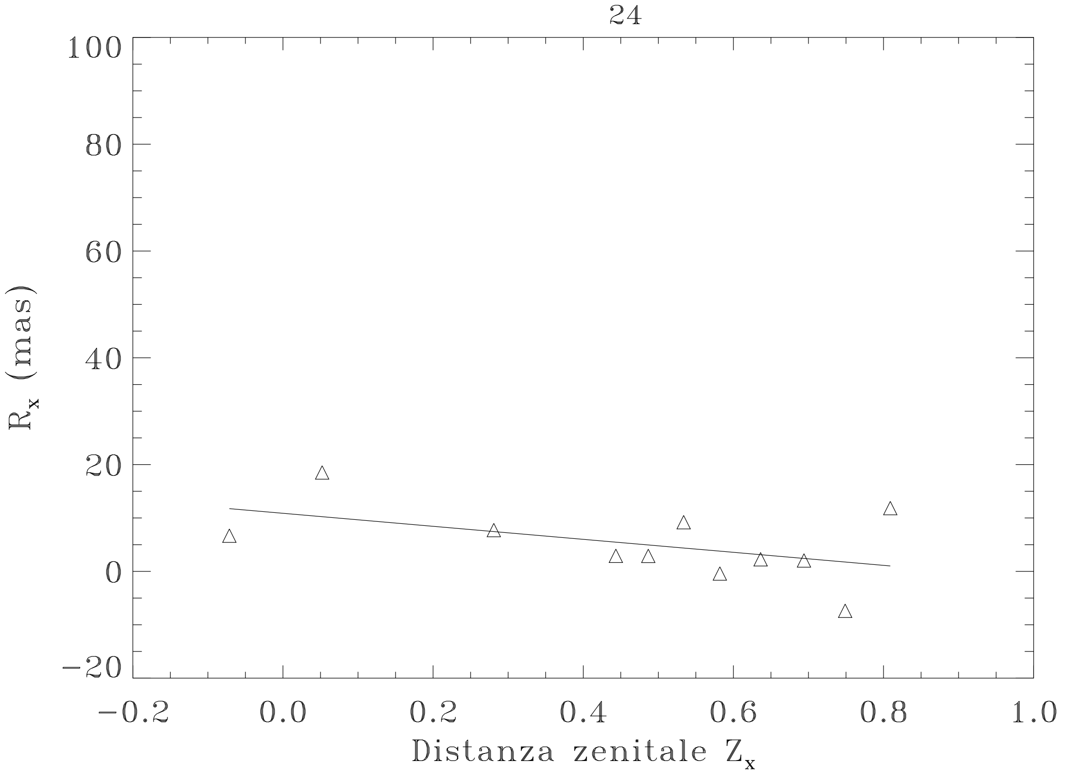

Figura 7.6: *Residui di posizione in funzione della distanza zenitale (componente x), per una delle stelle di riferimento (la n. 24) del campo LHS 254*

Z_y in funzione dell'angolo orario (vedi figura 7.5). Si tratta della stella 24 del campo LHS 254, facente parte del lotto di oggetti di riferimento selezionati dai nostri programmi: la stella ha un indice di colore $V - I = 2.5$ e per essa è stato trovata una pendenza $F(V - I) \simeq -12$ mas.

Il risultato è in ottimo accordo con quanto ci aspettavamo: se infatti confrontiamo tale stima con i risultati pubblicati dall'USNO (Monet 1992), possiamo osservare (figura 7.7) come per il campo LHS 1742a, avente $V - I = 2.7$, la funzione di calibrazione dell'effetto DCR assuma un valore di -3.02 μm, equivalenti a ~ -39 mas. Tale confronto è reso possibile dal fatto che si considerano due campi con indici di colore medi molto vicini. La stima da noi dedotta è praticamente equivalente ad 1/3 del valore trovato dall'USNO.

Più in generale, i risultati ottenuti ci confermano che le stelle che partecipano alla mappatura presentano due caratteristiche rilevanti rispetto a quelle rimanenti:

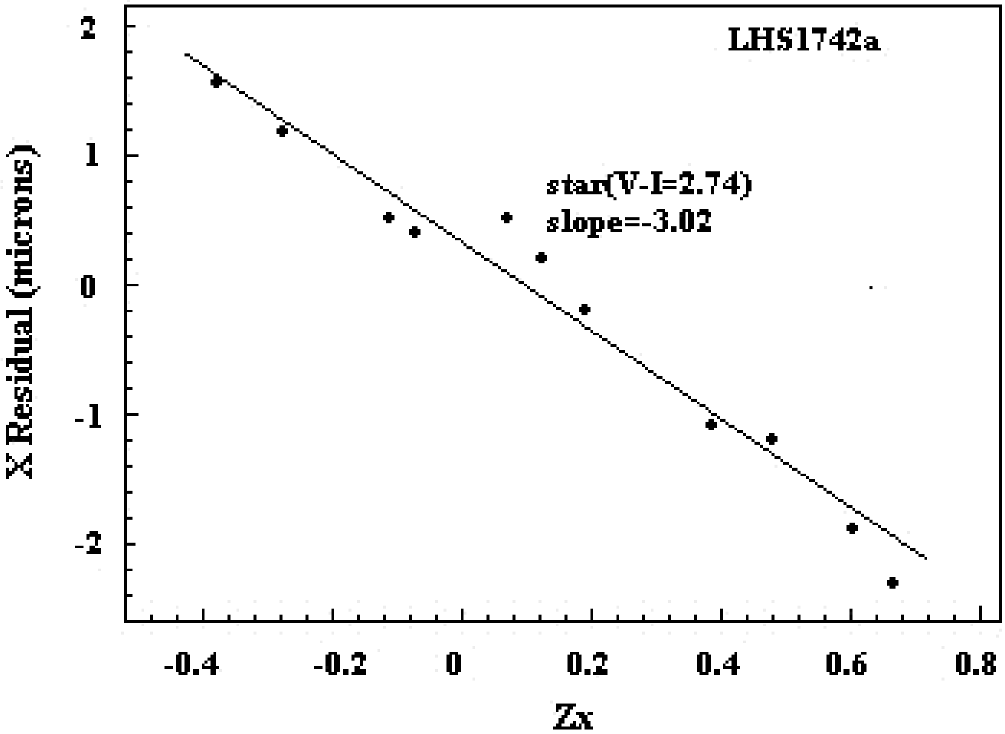

Figura 7.7: *Funzione di calibrazione* $F(V - I)$ *per il campo LHS 1742a (Monet 1992)*

innanzitutto, il fit lineare con una retta ai dati osservativi funziona in modo significativamente più efficiente; in secondo luogo l'entità delle *slopes* (le pendenze, i coefficienti angolari delle rette) è decisamente inferiore a quella delle altre stelle. Queste considerazioni valgono per tutti e tre i campi in esame, a conferma di un fatto che potevamo aspettarci: la scelta di un numero di stelle minimo per la procedura di mappatura dovrebbe in linea di principio mascherare al minimo la presenza degli effetti differenziali di rifrazione di colore, perché così facendo si limita in modo decisivo la varietà di oggetti con indice di colore differente.

D'altronde, l'entità delle pendenze di tali rette è tale che di fatto otteniamo conferma di quanto detto in apertura del capitolo: l'effetto esiste ma è piccolo. I risultati pubblicati per quanto riguarda il programma di parallassi del U.S. Naval Observatory (Monet 1992) indicano infatti valori di correzioni da apportare per effetto DCR sui valori di π delle stelle di programma dell'ordine di 3 mas, per stelle di indice di colore ~ 2.7. I risultati preliminari da noi conseguiti sembrano indicare effettivamente valori inferiori alla metà.

Come sembrava ragionevole supporre e come abbiamo spiegato inizialmente nei primi paragrafi di questo capitolo, l'esistenza dell'effetto DCR non può dunque essere negata, poiché detto effetto esiste in pratica, ma tali risultati ci inducono a concludere che esso, nell'ambito del contesto operativo nel quale ci troviamo, sia di difficile osservabilità.

Inoltre, non correggere per questo effetto diventa del tutto ragionevole qualora si pensi ai valori di precisione che sono previsti essere raggiungibili sulla determinazione della parallasse trigonometrica delle stelle del programma TOPP: l'entità dell'effetto DCR stimabile presso l'Osservatorio AStronomico di Torino appare ricadere sostanzialmente entro l'errore nominale di 1-3 mas (vedi capitolo 1 e figura 1.5).

Nonostante il grande numero di prove effettuate con i diversi test descritti, i risultati preliminari non possono affatto dirsi definitivi nella prospettiva di una completa comprensione di questo effetto. La delicatezza delle procedure da implementare per una scelta quanto più possibile accurata del campione di stelle di riferimento ci ha convinto che sia poco pratico cercare un criterio generale applicabile a tutti i campi oggetto d'indagine, piuttosto sarà opportuno provvedere di volta in volta con interventi "a mano". Con l'intervento diretto dell'operatore si cercherà di prevenire la presenza di stelle mal centrate nel campione, oggetti troppo deboli, oggetti con colori estremi e possibili ulteriori fonti di errore sistematico.

In questa prospettiva, l'effetto DCR diverrà oggetto di nuove indagini sistematiche in un prossimo futuro.

Capitolo 8

RIDUZIONE ED ANALISI DATI: DETERMINAZIONE DELLE PARALLASSI

8.1 Introduzione

I risultati controversi, non definitivi, ottenuti nello studio dell'effetto DCR e descritti nel capitolo precedente, appaiono imputabili, come anticipato, alle diverse capacità limite dei rivelatori impiegati a Torino ed in altri siti osservativi. L'entità prevista dell'effetto è tale da poter essere facilmente mascherata da errori sistematici di poco superiori a quelli denunciati ad esempio dall'USNO.

Le correzioni al valore di parallasse trigonometrica da apporre per tenere conto degli effetti rifrattivi differenziali dovuti al diverso colore delle stelle appartenenti al campo della stella di programma sono in ogni caso, appunto, paragonabili a perturbazioni di ordine superiore: in questo capitolo descriviamo dunque le procedure operative implementate per la determinazione delle distanze stellari di tre delle stelle incluse nella lista proposta dal programma TOPP (tabella 1.1).

8.2 Presentazione delle sorgenti osservate

Per la realizzazione del nostro lavoro ci siamo serviti di tre campi d'osservazione inclusi nel programma TOPP per la determinazione della parallasse di stelle deboli vicine. Si tratta di stelle appartenenti al catalogo LHS (Luyten Half Second), costruito nel 1979.

I dati a nostra disposizione sono frutto di quasi quattro anni di acquisizione di materiale osservativo. Io in particolare ho significativamente contribuito alla raccolta di immagini delle stelle di programma: durante la campagna osservativa del 1997 ho coperto mediamente tre notti d'osservazione al mese, partecipando anche attivamente all'acquisizione di materiale fotometrico.

Le informazioni su posizione ed indice di colore dei campi da noi utilizzati sono riportate in tabella 8.1.

NOME	α (RA)	δ (DEC)	$V - I$ (mag)
LHS 2632	$12^h\,46'\,41''.9$	$31^\circ\,49'\,27''.7$	4.152
LHS 1547	$3^h\,24'\,57''.0$	$-1^\circ\,49'\,19''.4$	0.869
LHS 254	$8^h\,54'\,4''.2$	$-8^\circ\,3'\,58''.4$	3.773

Tabella 8.1: *Posizione ed indice di colore delle stelle di programma.*

LHS 2632 è una stella di tipo spettrale M7.5V. Identificata inizialmente nel 1976 da Luyten come un oggetto di elevato moto proprio e classificato con il nome LP 321-222 (Luyten Palomar), venne successivamente riconosciuta essere una stella nana di classe M, risultato confermato grazie a misure fotometriche da Hartwick et al. (1984). La stime più recenti dei valori di moto proprio e parallasse a nostra disposizione risalgono al 1995: Kirkpatrick et al. con osservazioni al telescopio

MMT trovano $\mu = 0.794$ arcsec/anno e $\pi = 90$ mas. Va sottolineato che gli autori del lavoro ritengono possibile, da confronti con studi accurati di fotometria in V ed I condotti da Hartwick nel 1984 e da Leggett nel 1992, che il valore di π possa risultare inferiore di circa la metà.

LHS 254 viene riconosciuta in letteratura con il nome di LP 666-11. Si tratta, anche in questo caso, di una nana M, avente $M_v \geq 15$. Indagini effettuate nel febbraio 1979, da J. Liebert et al., hanno portato ad una stima del suo moto proprio: $\mu \simeq 1.240$ arcsec/anno.

Anche per LHS 1547, nana rossa come le altre due che considereremo nella nostra trattazione, non sono disponibili stime della distanza dal sistema solare, mentre dal Catalogo Luyten è disponibile un valore del suo moto proprio: $\mu \simeq 0.903$ arcsec/anno.

8.3 Il codice di riduzione ed analisi dei dati

In questo paragrafo descriviamo nei dettagli la struttura operativa dell'algoritmo implementato utilizzando il linguaggio di programmazione del pacchetto grafico IDL con il quale abbiamo ridotto ed analizzato i dati relativi alle tre stelle di programma introdotte in precedenza.

Tale codice opera su due file contenenti informazioni generali sui campi d'investigazione fornite come *output* dai programmi di elaborazione immagini del Dottor Richard Smart. Da essi si attinge alle seguenti informazioni:

a) in ciascun record del file (nome di catalogo della stella)plt.dat, sono contenuti i dati relativi alle immagini: nome identificativo dell'immagine (definito da anno, giorno e mese espressi in numero), epoca d'osservazione (in anni giuliani JD), ascensione retta e declinazione del centro dell'immagine (espresse in radianti), angolo orario (in radianti);

b) in ciascun record del file (nome di catalogo della stella)str.dat, sono contenute le informazioni specifiche per ogni immagine: nominativo attribuito all'oggetto (ogni stella è identificata da un numero che conserva su ciascun frame), nome identificativo dell'immagine, posizione dell'oggetto in coordinate di lastra x, y (in radianti), relativi valori di posizione nel riferimento equatoriale (α e δ in rad); magnitudine strumentale in I dell'oggetto.

8.3.1 Eliminazione dei frames "impuri"

Durante la campagna osservativa iniziata nel febbario 1994, a cui abbiamo partecipato a partire dal gennaio 1997, sono state acquisite 285 immagini relative ai tre campi in esame, ottenute nell'arco di $\sim$ 3 anni. Le osservazioni sono state condotte in condizioni variabili di *seeing*, temperatura, umidità, e da diversi osservatori.

In fase di riduzione dati è necessario effettuare un primo raffinamento del materiale osservativo, procedimento che implica l'eliminazione di tutti quei *frames* che presentano impurità di vario genere:

- errori umani nella procedura di centramento del campo d'osservazione; può inoltre accadere che durante la notte l'astrometrista dimentichi di ruotare la cupola;
- presenza di immagini evidentemente ottenute in condizioni di elevata nuvolosità o in notti di luna piena, che si traducono in campi con un numero di stelle limitato;
- problemi di interpretazione dei frames da parte del *software* di riduzione dei dati.

A questa prima scrematura partecipano anche quei frames che non contengono la stella di parallasse e che dunque non sono di alcuna utilità.

8.3.2 Selezione dei frames e delle stelle di riferimento

Il secondo passo che è necessario compiere nell'analisi dei dati consiste nella selezione di quelle immagini acquisite entro 60 min E e 60 min O dal meridiano.

In terzo luogo occorre selezionare, su ciascun frame, esclusivamente quelle stelle che risultano presenti in tutte le immagini relative alle notti d'osservazione. Nell'eventualità che il numero di oggetti selezionati sia notevolmente inferiore al numero medio di oggetti presenti nel campo, si procede ad un ulteriore raffinamento delle immagini. Come sottolineato nel capitolo 2, per determinare la parallasse di un oggetto sono necessarie almeno tre immagini nell'arco di tempo minimo di un anno e bisogna assicurarsi di avere a disposizione un buon campione di stelle di riferimento. Si è dunque ritenuto opportuno identificare un criterio di selezione che privilegiasse la generalità del campione di stelle di riferimento rispetto alla quantità di frames a disposizione, senza per questo produrre significative variazioni nell'intervallo temporale. La procedura implementata per rendere operativo tale criterio si articola nei seguenti punti:

1) eliminazione delle stelle che non compaiono in almeno il 90% dei frames;

2) ricerca e selezione delle stelle presenti in oltre il 90% dei frames;

3) eliminazione dei frames nei quali non siano presenti le stelle selezionate.

Tale criterio è efficace nel caso di LHS 2632 dato che il campo possiede una media di 17 stelle per frame e che le osservazioni a disposizione sono oltre 170.

8.3.3 Scelta del frame di riferimento

Il passo successivo consiste nella mappatura di ciascun frame del campo in esame in un unico sistema di riferimento coordinato. A tal fine è necessario procedere alla ricerca di un frame di riferimento opportuno, tra quelli a nostra disposizione, al quale riferire la totalità delle altre immagini. I criteri di scelta possono essere i più diversi: per quanto ci riguarda, riteniamo sia opportuno scegliere quel frame che presenta il maggior numero di oggetti, dato che è plausibile supporre che a questo frame corrisponda una buona notte dal punto di vista fotometrico. Una alternativa altrettanto ragionevole consiste nel selezionare il frame più vicino al meridiano (ove l'effetto di rifrazione è minimo), in modo tale da porci nelle migliori condizioni dal punto di vista astrometrico.

La successiva procedura di sovrapposizione dei frame a quello di riferimento prevede, come si è accennato nel capitolo 2, l'utilizzo del metodo dei Minimi Quadrati.

Per una corretta stima della parallasse della stella di programma, la medesima deve essere eliminata dall'algoritmo che porta alla determinazione del sistema di coordinate standard.

I calcoli verranno svolti per la coordinata x, la trattazione per y è del tutto analoga.

Indichiamo con $x_{i,s}$ la coordinata dell'i-esima stella sul frame standard (di riferimento), e con $(x_{i,\nu},\ y_{i,\nu})$ la coppia di coordinate della stessa sul ν-esimo frame. Se m è il numero di stelle su ogni frame, per ciascuno di essi avremo il seguente sistema di m equazioni in 3 incognite, dette *coefficienti di lastra*:

$$\begin{cases} x_{1,s} = a_\nu x_{1,\nu} + b_\nu y_{1,\nu} + c_\nu \\ \ldots = \ldots \\ x_{m,s} = a_\nu x_{m,\nu} + b_\nu y_{m,\nu} + c_\nu \end{cases} \tag{8.1}$$

Bisogna premettere che si suppone che tutte le m coppie $(x_{i,\nu},\ y_{i,\nu})$ siano state misurate con la stessa precisione e quindi che nel procedimento tutte le equazioni abbiano lo stesso peso. Poiché tre sole equazioni basterebbero per determinare x ed y, abbiamo $m-3$ equazioni in sovrannumero. Le m equazioni sono incompatibili a causa degli errori di osservazione ed il sistema risulta globalmente impossibile, non sarà possibile soddisfarle esattamente ed i primi membri daranno luogo a piccoli scarti, $\Delta x_{i,s}$, detti *residui dopo la soluzione*: si tratta allora di renderle compatibili entro i limiti di precisione dovuti agli errori. A tal fine si impone che a_ν, b_ν, c_ν siano tali da rendere minima la somma dei quadrati dei residui.

Introduciamo l'espressione analitica che indica la somma dei quadrati degli scarti:

$$f(a_\nu, b_\nu, c_\nu) = \sum_{i=1}^{m} \left(a_\nu x_{i,\nu} + b_\nu y_{i,\nu} + c_\nu - x_{i,s}\right)^2 \qquad (8.2)$$

Questa sarà resa minima allorché le derivate parziali rispetto ai tre coefficienti di lastra siano nulle. Si ottiene il seguente sistema di *Equazioni Normali*:

$$\begin{cases} a_\nu X_\nu + b_\nu Y_\nu + m\, c_\nu = X_s \\ a_\nu X_\nu Y_\nu + b_\nu Y_\nu^2 + c_\nu Y_\nu = X_s Y_\nu \\ a_\nu X_\nu^2 + b_\nu Y_\nu X_\nu + c_\nu X_\nu = X_s X_\nu \end{cases} \qquad (8.3)$$

dove abbiamo indicato:

- $X_s = \sum_{i=1}^{m} x_{i,s}$
- $X_\nu = \sum_{i=1}^{m} x_{i,\nu}$
- $Y_\nu = \sum_{i=1}^{m} y_{i,\nu}$

Il sistema può essere messo globalmente sotto forma matriciale:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{V} \qquad (8.4)$$

dove:

- $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} X_\nu & Y_\nu & m \\ X_\nu Y_\nu & Y_\nu^2 & Y_\nu \\ X_\nu^2 & Y_\nu X_\nu & X_\nu \end{pmatrix}$ è la matrice dei coefficienti delle incognite;
- $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} X_s \\ X_s Y_\nu \\ X_s X_\nu \end{pmatrix}$ è il vettore dei termini noti;
- $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_\nu \\ b_\nu \\ c_\nu \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite.

La soluzione analitica è la seguente:

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{Z}^{-1} \tag{8.5}$$

Senza darne una dimostrazione, vediamo ora come determinare i valori degli errori quadratici medi delle incognite: si introduce il cosiddetto *errore quadratico medio dell'unità di peso*

$$\sigma_\nu = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \frac{(\Delta x_{i,\nu})^2}{m-3}}$$

il quale rappresenta l'errore quadratico medio delle nuove coordinate $x_{i,s}$ dell'i-esima stella sul ν-esimo frame. Noi abbiamo lavorato assegnando lo stesso identico peso a tutte le equazioni, gli errori quadratici medi su a_ν, b_ν, c_ν vengono definiti dal prodotto dell'errore quadratico medio per la radice quadrata dell'elemento relativo della diagonale principale dell'inverso della matrice dei coefficienti:

$$\begin{aligned} \sigma_{a_\nu} &= \sigma_\nu \cdot \sqrt{Z_{11}^{-1}} \\ \sigma_{b_\nu} &= \sigma_\nu \cdot \sqrt{Z_{22}^{-1}} \\ \sigma_{c_\nu} &= \sigma_\nu \cdot \sqrt{Z_{33}^{-1}} \end{aligned} \tag{8.6}$$

8.3.4 Eliminazione di frames con grandi errori

Una volta determinati gli scarti quadratici medi per ciascun frame, si osserva che essi dipendono dall'intervallo temporale trascorso dall'epoca di riferimento: la forma funzionale che esprime analiticamente tale correlazione è non lineare. Ne consegue che all'atto dell'eliminazione dei frames che presentano errori significativamente grandi, occorre prima effettuare un fit ai dati (scegliendo una forma quadratica) ed eliminare successivamente quelli che rientrano nel criterio del 3σ. Come esempio, nella figura 8.1 mostriamo l'andamento degli errori di lastra per il campo LHS 2632, sia in ξ sia in η.

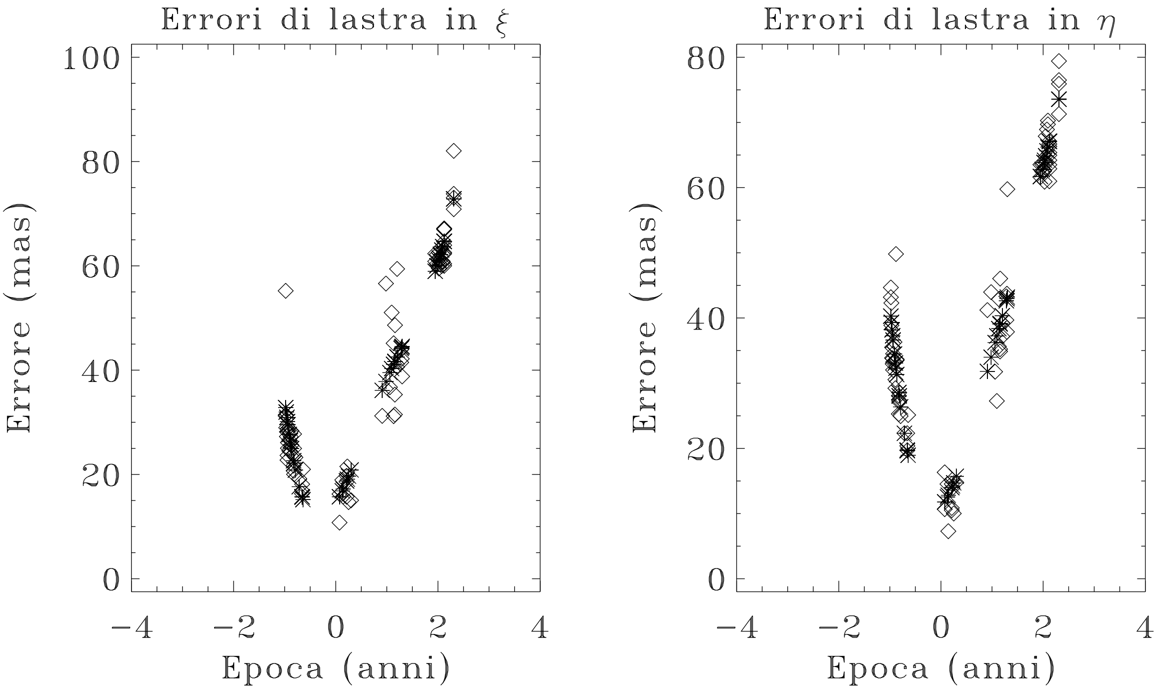

Figura 8.1: *Andamento degli errori di lastra nel piano tangente alla sfera celeste (componenti ξ ed η), in funzione dell'epoca d'osservazione (lo zero dei tempi è definito dall'epoca del frame di riferimento).*

8.3.5 Scelta delle stelle di riferimento

La mappatura dei frames, così ottenuta, ridefinisce la posizione di ciascun oggetto alle differenti epoche d'osservazione rispetto all'epoca di riferimento.

Per effettuare la scelta idonea dell'insieme di stelle di riferimento sulle quali basarsi per determinare la parallasse dell'astro di programma, bisogna cercare di individuare quelle che tra loro esibiscono moti propri e parallassi per quanto possibile trascurabili. A tale riguardo si si sfrutta ancora la regola del $3\,\sigma$, eliminando le stelle di riferimento che esibiscono deviazioni standard sulla posizione media assunta durante l'intero periodo di svolgimento del progamma d'osservazione superiori a tre volte quella media: tali oggetti sono prevedibilmente quelli che posseggono moti propri e parallassi non trascurabili.

La ricerca della migliore approssimazione dell'ideale campo di stelle fisse di riferimento è cruciale, in quanto tanto più detti oggetti sono esenti da evidenti effetti di moto proprio e parallasse, tanto minori saranno le correzioni da apportare per convertire la stima della parallasse relativa in una valutazione della distanza dell'astro in esame rispetto ad un sistema di riferimento assoluto.

8.3.6 Determinazione di moto proprio e parallasse

La parte conclusiva del codice di riduzione e analisi dei dati consiste nel calcolo del moto proprio e della parallasse relativa per ogni stella di programma.

La procedura è identica a quella esposta nel paragrafo precedente, in quanto dovremo considerare un sistema lineare a due incognite con un numero di equazioni pari al numero di frame a nostra disposizione, da risolvere tramite il metodo dei Minimi Quadrati.

Siano $t_{i,s}$, $P_{\xi_i,s}$, $P_{\eta_i,s}$ rispettivamente l'epoca d'osservazione ed i fattori di parallasse in x ed y dell'i-esima stella nel frame di riferimento, mentre indichiamo con $t_{i,n}$, $P_{\xi_i,n}$, $P_{\eta_i,n}$ le stesse quantità nel frame n. Per l'i-esima stella, l'equazione che determina il moto dell'oggetto di programma è la seguente (svolgiamo i calcoli per l'ascissa, per l'ordinata il discorso è analogo):

$$\xi_{i,n} - \xi_{i,s} = \mu_i(t_{i,n} - t_{i,s}) + \pi_i(P_{\xi_i,n} - P_{\xi_i,s}) + \varepsilon \tag{8.7}$$

dove il termine costante ε tiene conto dei possibili errori di natura stocastica sulla determinazione della posizione dell'astro in esame.

Inoltre, analizzando i dati osservativi relativi alla stella di programma, come espressi nel piano tangente (vedi figura 8.2), abbiamo verificato che in alcuni casi rimangono presenti punti evidentemente estranei alla distribuzione. Tale problema può essere dovuto al fatto che la stella di programma non rientra nella procedura di mappatura: tutti i frames sui quali la sola stella di programma presenta dei "problemi" non verranno di conseguenza eliminati. La natura di tali problemi può essere svariata: *a*) effetti di sovra-sottoesposizione dell'oggetto; *b*) errata identificazione di un oggetto; *c*) presenza di raggi cosmici. Per cautelarsi si ricorre allora

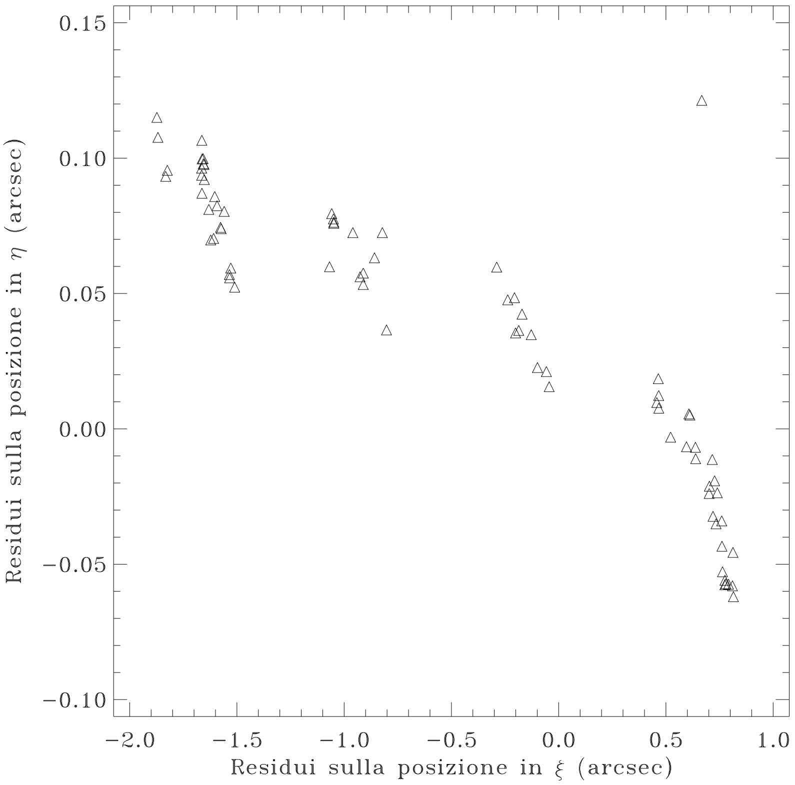

Figura 8.2: *Rappresentazione nel piano tangente dei dati osservativi relativi al campo LHS 2632 al termine della procedura di mappatura: l'esistenza di "outlayers" può essere dovuta al fatto che frames sui quali la stella di programma presenta errori di varia natura non vengono eliminati*

alla loro esclusione mediante un processo non iterativo.

Una volta stimati μ e π nelle due componenti ξ ed η per tutto il campione di stelle di riferimento, si correggono le posizioni osservate su ciascun frame per i valori ottenuti nel fit, così da poter considerare praticamente nulli moti propri e parallassi di tutti gli oggetti del campo, esclusa la stella di programma. Una diretta conseguenza di tale passo ci aspettiamo che sia un appiattimento degli errori di lastra, che avevamo verificato (figura 8.1) essere significativamente dipendenti dall'epoca d'osservazione. In figura 8.3 si può notare come effettivamente l'ampiezza della distribuzione degli errori di lastra in ξ ed η si riduca in modo sostanziale.

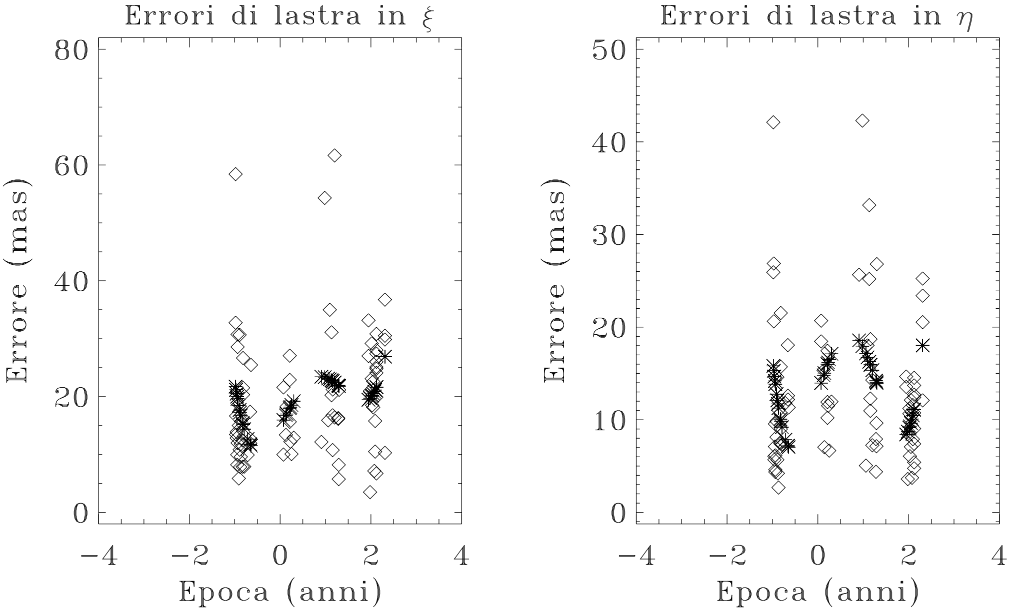

Figura 8.3: *Errori di lastra in ξ ed η per il campo LHS 2632, una volta che si siano resi trascurabili i moti propri e le parallassi di tutti gli oggetti delcampo, stella di programma esclusa*

Tutte le misure sono state eseguite sia per la stelle di riferimento sia per la stella di programma. Per ciascuna di esse, dove possibile, si sono derivati i valori di moto proprio e parallasse media, con i rispettivi errori. Per quanto riguarda $\bar{\pi}$ e $\sigma_{\bar{\pi}}$, essi vengono calcolati come media pesata dei valori ottenuti lungo le due coordinate, procedimento valido anche per σ_μ, mentre il valore di μ viene ottenuto dalla combinazione dei moti in ξ ed η:

$$\bar{\pi} = \frac{\dfrac{\pi_x}{\varepsilon^2_{\pi_x}} + \dfrac{\pi_y}{\varepsilon^2_{\pi_y}}}{\dfrac{1}{\varepsilon^2_{\pi_x}} + \dfrac{1}{\varepsilon^2_{\pi_y}}} \qquad \sigma_{\bar{\pi}} = \frac{\varepsilon_{\pi_x}\varepsilon_{\pi_y}}{\sqrt{\varepsilon^2_{\pi_x} + \varepsilon^2_{\pi_y}}} \tag{8.8}$$

$$\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \qquad \sigma_\mu = \sqrt{\left(\frac{\mu_x^2}{\mu_x^2 + \mu_y^2}\right)\varepsilon^2_{\mu_x} + \left(\frac{\mu_x^2}{\mu_x^2 + \mu_y^2}\right)\varepsilon^2_{\mu_x}} \tag{8.9}$$

8.4 Analisi dei dati

Puntualizziamo innanzitutto come, per quanto a nostra conoscenza, per nessuna delle tre stelle di programma oggetto di questo studio è disponibile in letteratura, un valore stimato di parallasse. In questa parte finale del capitolo presentiamo e discutiamo nei dettagli i risultati ottenuti per le tre sorgenti prescelte.

8.4.1 LHS 2632

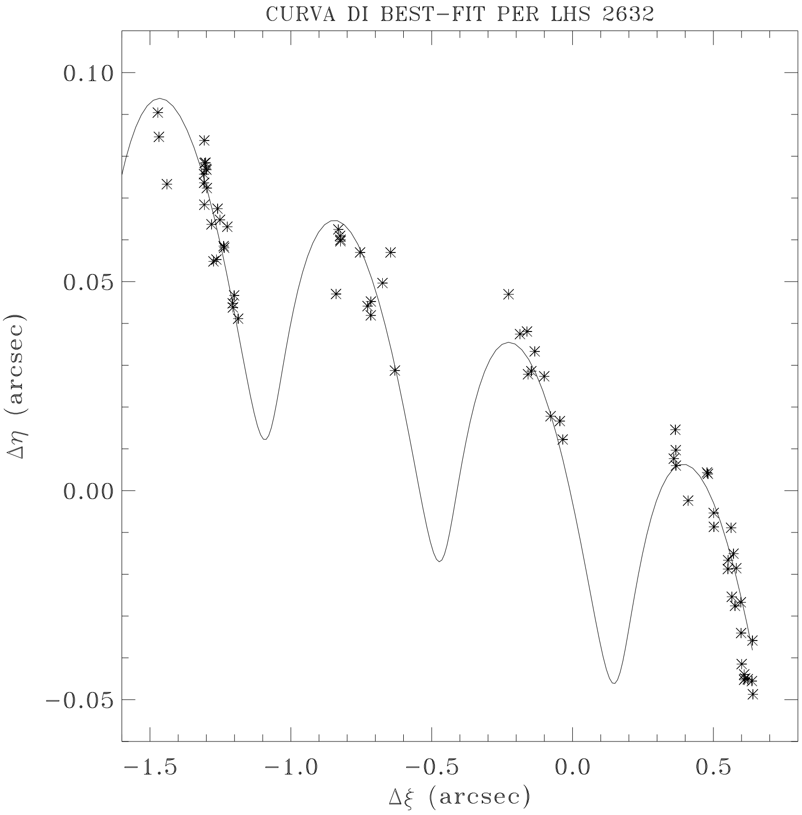

Figura 8.4: *Il moto di LHS 2632 nel piano tangente (linea continua): le stelle indicano le posizioni assunte dall'astro all'epoca d'osservazione*

Nel caso specifico di questo campo abbiamo a nostra disposizione i dati dell'USNO relativi a 14 notti nel periodo di campagna osservativa tra il 9/04/1992 ed il 2/06/1994 ed una comunicazione privata (Monet 1997), fonti che hanno contribuito alla validazione dei nostri risultati.

I dati osservativi relativi ad LHS 2632 coprono un periodo di oltre 3 anni a partire dal febbraio 1994 fino al gennaio 1998, per un totale di 179 immagini, acquisite, in funzione delle esigenze osservative, con tempi che vanno dai 20 sec ai 1500 sec. Mediamente si tratta di un campo nel quale sono presenti 17 stelle. La magnitudine media in I nel campo è di ~ 14. A conferma del fatto che LHS 2632 è una stella appartenente alle classi spettrali più tarde la nostra fotometria ha fornito un valore dell'indice di colore $V - I = 4.1$.

Delle 179 immagini acquisite, soltanto 131 rientrano nell'intervallo di variabilità di angolo orario richiesto dalla teoria (±60 min a cavallo del meridiano). La motivazione per un tale elevato numero di frames inutilizzabili inizialmente risiede nel fatto che il pacchetto di dati osservativi da noi ricevuto era comprensivo di una serie di immagini acquisite *ad hoc* per effettuare test sull'effetto DCR, di conseguenza l'intervallo di angolo orario attorno al meridiano poteva e doveva essere alquanto variabile.

Nel depurare il set di immagini da quelle con tempi di esposizione troppo brevi o eccessivamente lunghi, il numero di frames è stato ridotto ulteriormente a 106. Su ciascuno di essi sono state individuate 13 stelle di riferimento, campione con il quale abbiamo proceduto alla determinazione della parallasse della stella di programma. Nella figura 8.4, nel sistema di coordinate del piano tangente, mostriamo il risultato del fit lineare relativo al moto globale dell'oggetto lungo i tre anni. Ad esso sono sovrapposti i dati osservativi, relativi alle notti rimanenti, in numero totale di 89.

I valori stimati di moto proprio e parallasse per LHS 2632, con i rispettivi errori, risultano essere i seguenti:

a) $\mu = 789.2266 \pm 4.4984$ mas/anno;

b) $\pi = 62.8123 \pm 1.0688$ mas.

Nella tabella 8.2 riportiamo, per confronto, i valori di μ e π per la stella di

Stella	π (mas)	σ_π (mas)	μ (mas/anno)	σ_μ (mas/anno)
1	0.1400	0.5407	1.9963	2.7829
2	-0.7115	0.6766	3.1600	3.5257
7	-5.8233	0.7271	2.3106	3.8909
9	-0.1459	0.5678	6.8263	2.5613
10	1.5289	0.5247	2.4937	3.0229
11	4.3757	0.6008	2.7391	3.6397
12	*62.8123*	*1.0688*	*789.2266*	*4.4984*
18	4.7780	0.8123	16.3012	5.7195
24	-4.9494	0.6211	9.3525	3.7649

Tabella 8.2: *Valori medi di parallasse e moto proprio stimati per LHS 2632 e per il set di stelle di riferimento*

Stella	μ_ξ (mas/anno)	σ_{μ_ξ} (mas/anno)	μ_η (mas/anno)	σ_{μ_η} (mas/anno)	π_ξ (mas)	σ_{π_ξ} (mas)	π_η (mas)	σ_{π_η} (mas)
1	-1.8516	2.6756	-0.7460	3.3696	0.7452	0.8540	-0.2650	0.6986
2	-2.6865	3.0467	1.6637	4.5430	-3.4210	0.9724	1.8307	0.9419
7	1.9048	3.0752	1.3078	5.2148	-2.9430	0.9823	-9.3128	1.0812
9	6.7857	2.5422	-0.7427	3.8317	1.9401	0.8118	-2.1439	0.7945
10	1.9695	2.0746	1.5296	4.1414	-1.4469	0.6628	6.5237	0.8587
11	1.0848	2.9636	-2.5151	3.7520	6.1116	0.9458	3.2014	0.7779
12	*-788.3532*	*4.4886*	*37.1208*	*7.7373*	*62.7854*	*1.4331*	*62.8460*	*1.6042*
18	-15.6809	5.8155	-4.4541	4.3569	5.2415	1.8565	4.6682	0.9033
24	8.4742	3.8241	3.9568	3.4803	-6.2276	1.2201	-4.5023	0.7216

Tabella 8.3: *Valori di parallasse e moto proprio nelle componenti ξ ed η nel riferimento tangente alla sfera celeste, stimati per LHS 2632 e per il set di stelle di riferimento*

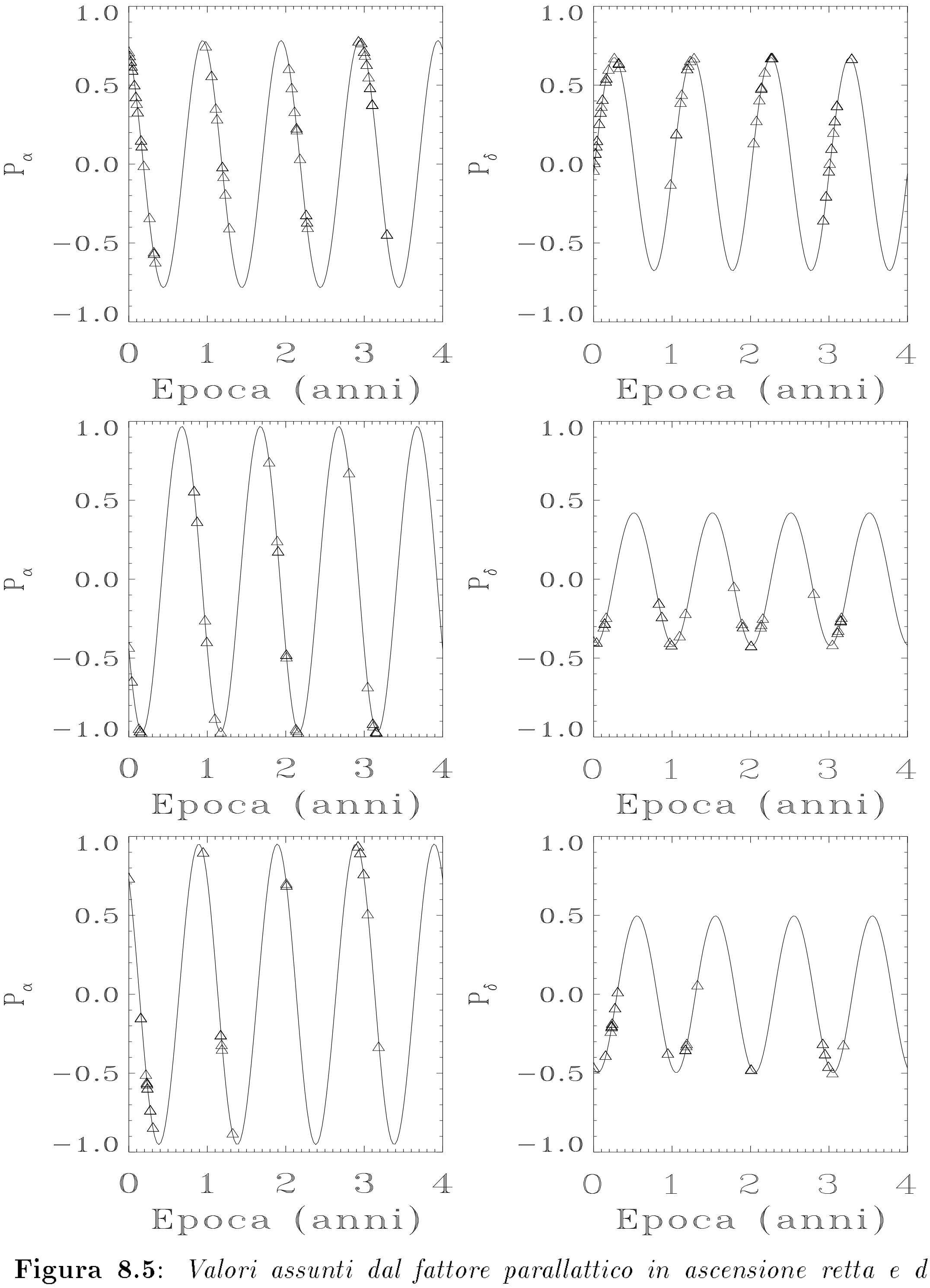

Figura 8.5: *Valori assunti dal fattore parallattico in ascensione retta e declinazione, come funzione del tempo, per i tre campi LHS 2632, LHS 1547 e LHS 254 (coppie di pannelli dall'alto verso il basso, rispettivamente): ai valori di P_α e P_δ calcolati all'epoca d'osservazione è stata sovrapposta la curva di best-fit*

programma e per quelle di riferimento, ciascuna individuata da un numero (LHS 2632 ha il numero 12), mentre in tabella 8.3 mostriamo i valori lungo le componenti ξ ed η nel piano tangente, con i relativi errori.

È fondamentale osservare, come si evidenzia dalla tabella 8.3, quanto i valori di π_ξ e π_η siano simili: tale consistenza interna (il valore di π in una delle due coordinate giace abbondantemente entro $1\,\sigma$ da quello nell'altra e viceversa) è necessaria per rendere corretto il calcolo di un valore medio di parallasse. Il risultato ottenuto è essenzialmente riconducibile al particolare andamento del fattore di parallasse per il campo in questione. Esistono infatti dei prerequisiti per l'andamento di P_α e P_δ ai quali il campo sotto osservazione deve rispondere: l'intervallo di variabilità, nelle due componenti, deve essere paragonabile, i valori calcolati di P_α e P_δ alle epoche d'osservazione devono poter essere distribuiti in modo per quanto possibile omogeneo lungo l'intero periodo della campagna osservativa e coprire sostanzialmente tutto l'intervallo di variabilità del fattore parallattico per quella particolare declinazione. Ove ciò non si verifichi, i valori di π lungo ξ ed η possono essere sensibilmente differenti. Nella figura 8.5 mostriamo come in effetti per i tre campi oggetto di questo lavoro l'andamento di P_α e P_δ sia sensibilmente differente, unitamente al fatto che le osservazioni sono distribuite in modo irregolare e con densità diversa (LHS 2632 è privilegiata rispetto alle altre due).

8.4.2 LHS 1547

Analogamente ad LHS 2632, anche per questo campo le osservazioni coprono un arco di tempo di $\sim$ 3 anni. Tuttavia le immagini acquisite sono meno numerose: si tratta di 105 frames, di cui solo 68 rientrano nei limiti di accettabilità suesposti.

L'indice di colore dell'oggetto è $V - I = 0.87$ mentre la magnitudine media del campo è $M \simeq 15.2$. Il numero medio di stelle che popolano ciascun frame è di 22, 15 delle quali sono comuni a tutti. Alla fine della procedura di selezione il numero di immagini utili si è ridotto a $\sim$ 50.

La figura 8.6 mostra la curva di best-fit alle osservazioni di LHS 1547.

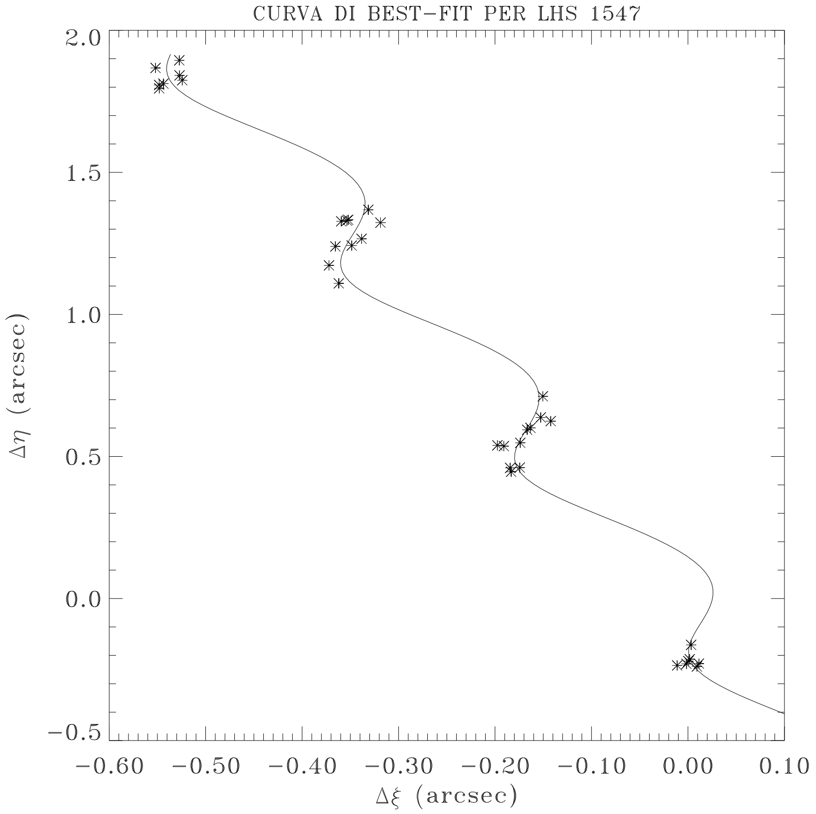

Figura 8.6: *Il moto di LHS 1547 nel piano tangente (linea continua): le stelle indicano le posizioni assunte dall'astro all'epoca d'osservazione*

Diversamente da quanto ottenuto per LHS 2632, i valori stimati di parallasse nelle due componenti sono significativamente diversi, a causa del differente comportamento del fattore parallattico per questo campo (vedi figura 8.5). Per questo ci limitiamo a riportare per π il risultato ottenuto per la componente ξ, senza derivarne un valore medio. I valori stimati di moto proprio e parallasse dedotti per LHS 1547 sono i dunque i seguenti:

a) $\mu = 896.8731 \pm 31.1839$ mas/anno;

b) $\pi_\xi = 62.3971 \pm 2.7046$ mas.

Nella tabella 8.4 riportiamo, per confronto, i valori di μ e π_ξ per la stella di programma e per quelle di riferimento, ciascuna individuata da un numero (LHS

Stella	π_ξ (mas)	σ_{π_ξ} (mas)	μ (mas/anno)	σ_μ (mas/anno)
7	-19.2918	2.7793	12.1144	12.6476
10	9.9738	1.7542	9.9063	9.2287
18	-2.2671	2.5906	10.6511	9.7686
20	*62.3971*	*2.7046*	*896.8731*	*31.1839*
22	20.8492	3.0675	18.3125	15.1700
24	12.5490	1.5035	17.1481	38.8174
26	-18.2085	4.0669	23.1100	8.5784
27	-17.1214	3.8567	15.8685	16.0971
30	-7.9331	1.7901	11.2633	39.3670
31	-0.8290	1.7303	11.0096	29.1995

Tabella 8.4: *Parallasse (componente ξ) e moto proprio medio stimati per LHS 1547 e per il set di stelle di riferimento*

1547 ha il numero 20).

8.4.3 LHS 254

Si tratta di una nana rossa di indice di colore $V - I = 3.7$ e magnitudine visuale (in I) $M_v \simeq 13.6$. Anch'essa è stata seguita per tutto l'arco di tempo coperto dall'inizio del programma TOPP (3 anni circa). Le osservazioni acquisite sono in numero di 168, di cui 112 rispettano l'intervallo di variabilità dell'angolo orario (±60 min a cavallo del meridiano): la presenza di 56 immagini da scartare inizialmente è dovuta al fatto che anche in questo caso ci è stato fornito da subito un set di frames comprensivi di quelli raccolti per i test sull'effetto DCR. Inoltre la presenza di alcuni frames con poche stelle ha portato ad un'ulteriore depurazione, nell'intento di considerare il maggior numero possibile di oggetti per costruire il campione di riferimento. Anche così facendo il numero di stelle comuni a tutti i frames è risultato di sole 27, sebbene su alcuni se ne trovasse un massimo di 67, con in media un numero di 43 stelle per immagine.

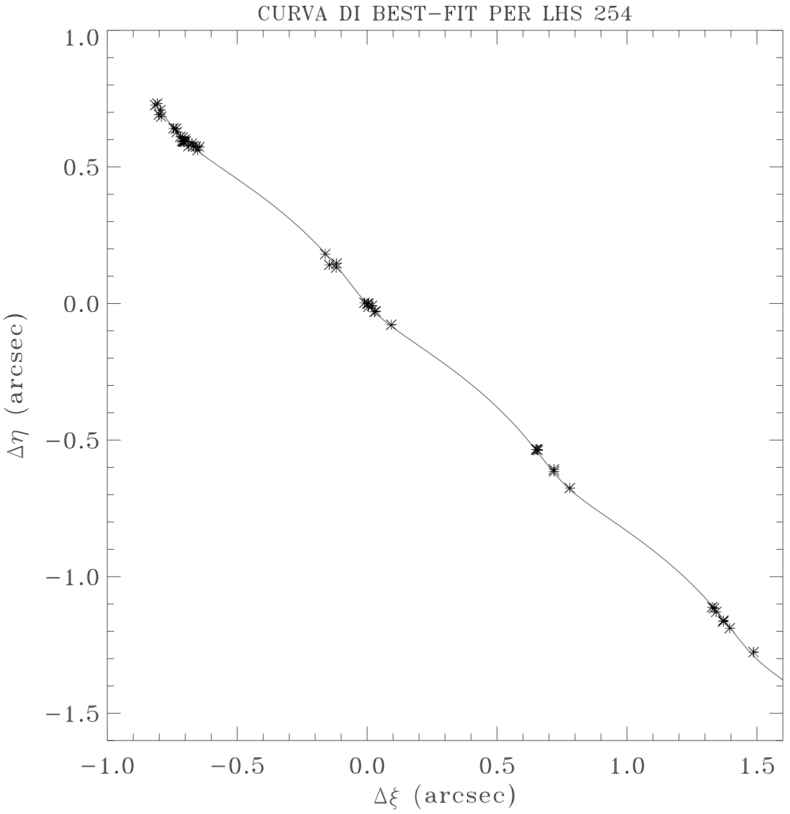

Figura 8.7: *Il moto di LHS 254 nel piano tangente (linea continua): le stelle indicano le posizioni assunte dall'astro all'epoca d'osservazione*

L'intervallo di tempo non viene sensibilmente modificato da tale selezione, in quanto si passa da 3.24 a 3.18 anni. Il range di tempi d'esposizione si estende da 30 sec a 600 sec.

In figura 8.7 mostriamo il risultato del fit alle osservazioni di LHS 254. I valori stimati di parallasse per tale oggetto risultano essere diversi nelle due componenti, così come accaduto per LHS 1547, sempre in accordo con quanto detto (vedi figura 8.5). Riportiamo allora anche in questo caso i risultati solo per la componente ξ di π:

a) $\mu = 1232.9661 \pm 6.1769$ mas/anno;

b) $\pi_\xi = 58.7083 \pm 1.0440$ mas.

Stella	π_ξ (mas)	σ_{π_ξ} (mas)	μ (mas/anno)	σ_μ (mas/anno)
11	-0.3600	1.9010	2.8318	10.2073
16	-4.1698	2.3706	4.0274	15.5175
23	-0.4417	2.1262	4.6703	18.2460
26	9.2684	2.9093	4.5133	16.0870
33	4.3177	1.7926	1.9706	4.0846
36	1.5606	1.5667	5.4153	13.6067
38	3.2598	2.8640	4.2291	11.7553
39	-8.5702	2.8977	8.4026	17.8729
40	*58.7083*	*1.0440*	*1232.9661*	*6.1769*
45	1.1719	2.5762	2.1330	7.5938
53	-7.6835	2.6428	7.4323	25.0504
54	-11.4113	2.9504	10.1147	15.4902
57	6.2576	2.0418	4.6561	15.3867
58	8.6074	1.8243	12.1997	29.6810
62	-1.8069	3.3832	5.3552	13.6303

Tabella 8.5: *Valori di parallasse (componente ξ) e moto proprio medio stimati per LHS 254 e per il set di stelle di riferimento*

Nella tabella 8.5 riportiamo invece, per confronto, i valori di μ e π_ξ per la stella di programma e per quelle di riferimento, ciascuna individuata da un numero (LHS 254 ha il numero 40).

8.5 Analisi e discussione dei risultati

I programmi di analisi dei dati da noi prodotti ci hanno permesso di individuare una strategia operativa per la determinazione delle distanze trigonometriche degli oggetti del programma TOPP. Le scelte da noi fatte all'atto del raffinamento del materiale osservativo in nostro possesso, che mirano necessariamente alla individuazione del miglior campione di stelle di riferimento possibile, naturalmente non hanno la pretesa di essere né univoche né tantomeno le più pratiche o ragionevoli.

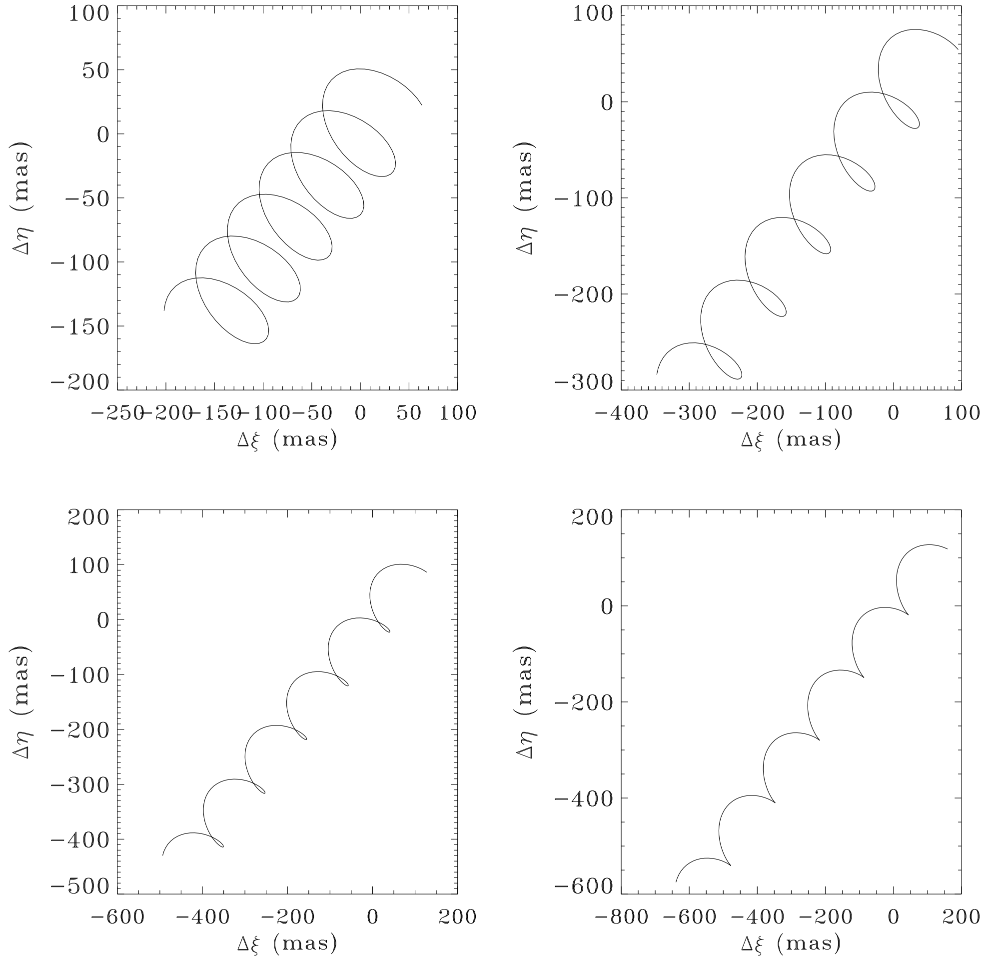

Figura 8.8: *La presenza del moto proprio, sia pur di lieve entità, modifica sostanzialmente il moto della stella: grandi valori di* μ *rendono praticamente indistiguibile il moto ellittico, come si può osservare nelle figure 8.4, 8.6, 8.7*

Abbiamo però cercato di individuare criteri di selezione per quanto possibile rispondenti a richieste di generalità nel trattamento dei dati, così da poter costruire una serie di passi logici sufficientemente svincolati dal caso specifico, dove l'intervento decisionale personale dell'operatore sia ridotto al minimo o quasi. Esistono ancora molti margini potenziali di miglioramento, che potranno essere oggetto di lavoro futuro. La procedura *target independent* è suscettibile di ulteriori possibili raffinamenti, ma quanto da noi prodotto finora ci ha già permesso di raggiungere importanti conclusioni.

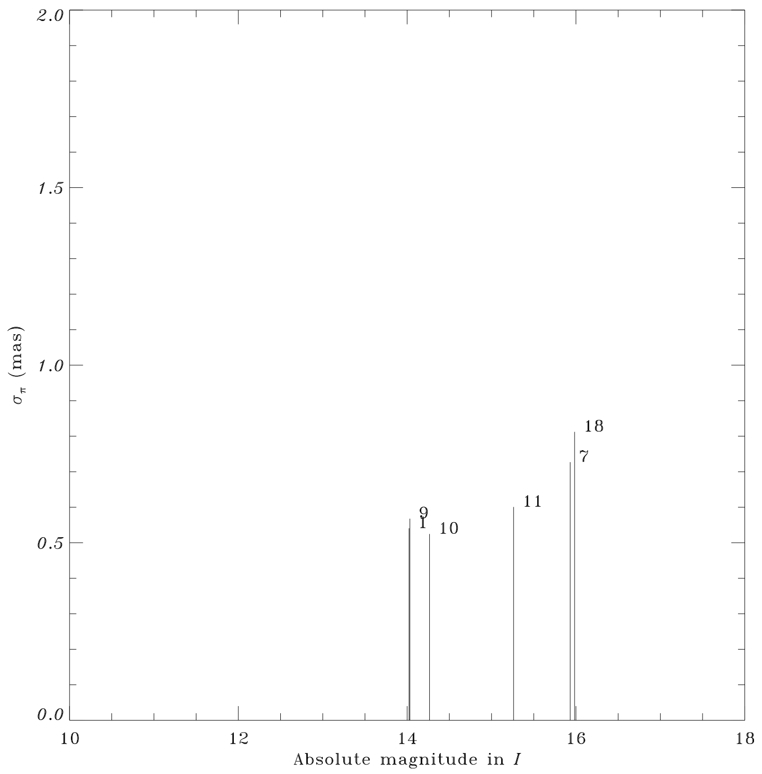

Figura 8.9: *Errori stimati sulla parallasse delle stelle di riferimento e sulla stella di programma del campo LHS 2632 in funzione della loro magnitudine assoluta: si osserva un incremento di* σ_π *per stelle via via più deboli*

Il risultato di primaria importanza conseguito in questo lavoro consiste indubbiamente nell'elevata precisione con la quale sono state effettuate le misure delle parallassi trigonometriche delle tre stelle appartenenti al programma TOPP da noi prese in considerazione.

Vent'anni or sono, come detto nell'introduzione a questo studio, la prima ed unica misura di distanza stellare ottenuta con il telescopio REOSC, oltretutto servendosi ancora di lastre fotografiche (Pannunzio, 1979), permise di effettuare misure con un errore relativo entro il 5% della misura: allora si stimò $\sigma_\pi = 9.6$ mas per un oggetto distante 5.4 pc (, la stella doppia visuale Stein 2051, $\pi \simeq 185$ mas), i risultati da noi ottenuti abbassano di quasi un ordine di grandezza il livello di precisione sulla determinazione di parallassi di oggetti fino a quattro volte più

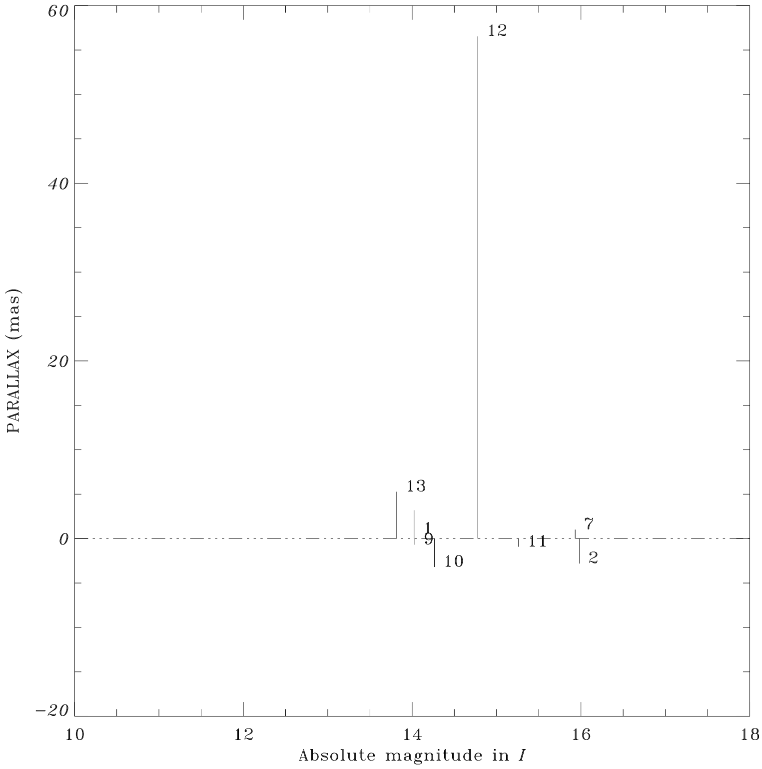

Figura 8.10: *Sempre nel caso del campo LHS 2632, si nota in modo evidente come stelle intrinsecamente deboli abbiano di norma parallassi più piccole od addirittura negative*

lontani. Si tratta di una conferma diretta delle qualità dello strumento utilizzato (il telescopio REOSC dell'Osservatorio Astronomico di Torino) e della notevole evoluzione conseguita dai rivelatori nel lasso di tempo intercorso dalle misure di Renato Pannunzio. La camera CCD montata a Pino Torinese è competitiva con rivelatori più sensibili (quale quello dell'USNO), provveduto che la campagna osservativa si estenda su un arco di tempo sufficiente a coprire con il maggiore campione di dati osservativi le non trascurabili differenze in termini di efficienza quantica ed ampiezza di risposta in funzione della lunghezza d'onda, fattori che purtroppo sembrano rendere meno visibile invece la presenza dell'effetto DCR. D'altro canto si osserva come di fatto i valori di parallasse trovati per le tre nane di classe M indagate siano siano molto grandi, superiori ai 50 mas: data l'entità stimata per tale effetto così come osservabile dall'OATo, le correzioni da apportare in tali casi sarebbero inferiori al 5% del valore stimato di π. La necessità di correggere si potrà più probabilmente presentare nel momento in cui si avesse a che fare con stelle più distanti: su valori π più piccoli gli effetti differenziali rifrattivi dovuti al diverso colore delle stelle del campo in osservazione potrebbero iniziare ad incidere in modo significativo, divenendo fonti di errori sistematici piuttosto ingenti.

Data l'elusività di tale fenomeno, gli algoritmi creati per questo studio specifico potranno divenire oggetto di future indagini sistematiche, allo scopo di analizzare ulteriormente la possibilità di correggere efficacemente per questo effetto i valori di π da noi ottenuti.

In definitiva, una assidua cura delle possibili fonti d'errori sistematico, la scelta di ragionevoli modelli d'atmosfera e le peculiari caratteristiche del sito ove è ubicato l'Osservatorio Astronomico di Torino sono altri elementi fondamentali che hanno certamente inciso all'atto della riduzione del materiale osservativo e che di conseguenza hanno favorito il conseguimento di questo importante risultato, che, come ci aspettavamo ed avevamo anticipato nell'introduzione, si può ritenere del tutto competitivo con quelli ottenuti all'USNO. Per i dettagli dell'analisi comparata svolta si veda il paragrafo successivo.

Per quanto concerne i tre casi specifici discussi in questo capitolo, vediamo innanzitutto che, come si può notare dai risultati dei fit riportati nelle figure 8.4, 8.6, 8.7, gli oggetti che abbiamo studiato sono tutti vicini (entro i 20 pc) e caratterizzati da un considerevole moto proprio, che maschera l'effetto parallattico.

Si è rivelato interessante eseguire alcuni test su quest'ultimo. Diminuendo il valore di moto proprio ma lasciando inalterata la misura di parallasse, si verifica come i fit alle osservazioni riproducano l'ellisse apparente descritta nel corso di un anno dall'oggetto osservato.

Se invece si incrementa il valore di μ, si evidenzia in modo significativo l'effetto combinato del moto effettivo trasverso e di quello apparente annuo (figura 8.8).

Tra gli altri test che abbiamo eseguito con i dati a nostra disposizione, due sembrano rivestire un particolare interesse: si è provveduto ad esprimere, per le stelle di riferimento e per quella di programma, sia la parallasse stimata π che gli errori calcolati σ_π in funzione della magnitudine assoluta in I dell'oggetto. Come era ragionevole attendersi, il grafico di figura 8.9 mostra un incremento di σ_π a magnitudini elevate, ossia considerando stelle via via più deboli. Questo risultato è una diretta conferma di quanto discusso nel capitolo 2, a proposito dei metodi di determinazione delle distanze stellari assolute a partire dalle stime relative: in una determinata esposizione la distribuzione stellare è dominata da stelle deboli, centrate con minor precisione.

La figura 8.10 evidenzia invece come a magnitudini più grandi corrispondano parallassi più piccole (anche negative): ciò è in accordo con le statistiche di distribuzione spaziale della popolazione stellare fornite dai più recenti modelli galattici, secondo i quali all'interno di un campione di stelle di elevata magnitudine visuale è ragionevole attendersi che sia preponderante la frazione di astri effettivamente più distanti rispetto a quella di oggetti intrinsecamente deboli.

8.6 Confronto con i dati USNO

Abbiamo a disposizione i dati di un rapporto interno del U.S. Naval Observatory relativi ad un'indagine osservativa sul campo LHS 2632 condotta nell'arco di 2 anni.

Il gruppo di astronomi di Flagstaff (Arizona) ha usufruito di un riflettore di 1.55 m: sul suo piano focale è disposta dal 1982 una camera CCD TI 800 × 800, in grado di coprire un'area di cielo di 2.7 arcmin^2, con un pixel di lato 15.24 μm, equivalenti a 0.206 arcsec.

È in nostro possesso un insieme di 14 immagini, tutte ottenute con identico tempo d'esposizione (300 sec), in condizione ottimali di *seeing* ed entro i limiti di temperatura ed umidità discussi nel capitolo 6. Le stelle comuni ai frames sono 26, su un campione totale di 33. Le osservazioni sono limitate entro un range di

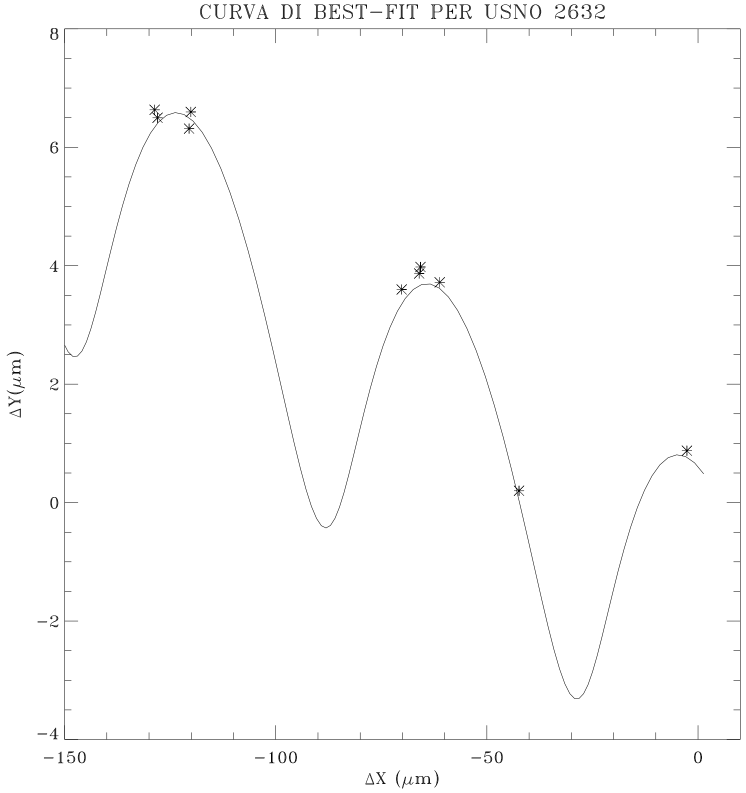

Figura 8.11: *La linea continua rappresenta il moto di LHS 2632 nel piano tangente: le stelle sono i dati osservativi ottenuti dall'USNO*

angolo orario di 30 min E e 30 min O dal meridiano. L'unico confronto possibile con le misure ottenute a Torino è quello con la LHS 2632, dato che le stelle di riferimento utilizzate nei due casi sono diverse, essendo differenti i campi: esse, nel caso dell'USNO, risultano in particolare essere più deboli. I nostri programmi di riduzione ed analisi dei dati ci forniscono i seguenti valori di moto proprio e parallasse:

a) $\mu = 806.1956 \pm 12.9627$ mas/anno;

b) $\pi = 55.9402 \pm 1.2697$ mas.

Nel grafico di figura 8.11 mostriamo il risultato del fit alle osservazioni.

In figura 8.12 invece mostriamo l'andamento in funzione dell'epoca d'osservazione degli errori di lastra per il set di stelle di riferimento del campo LHS 2632 (dati

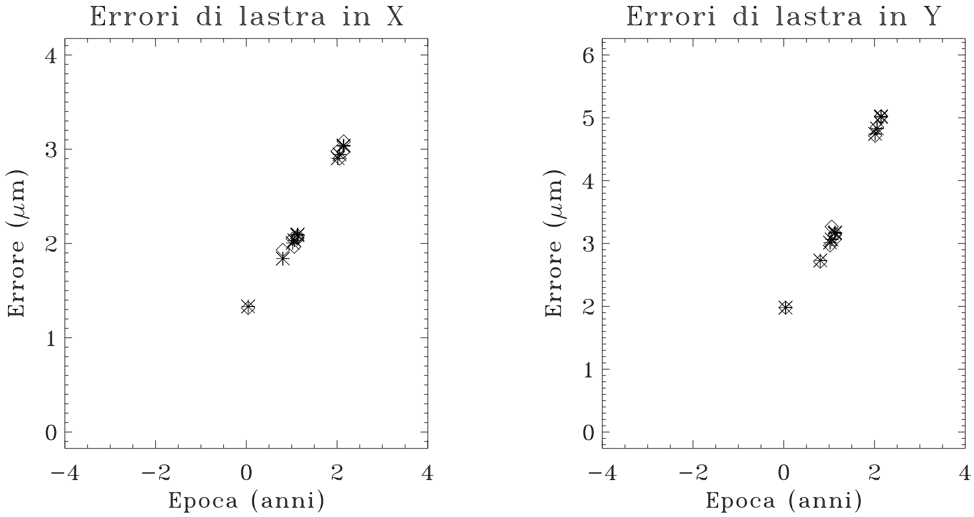

Figura 8.12: *Errori di lastra in funzione dell'epoca d'osservazione: si ottiene una chiara conferma di quanto discusso a proposito della figura 8.1*

USNO) così come calcolato dai nostri programmi. Alla fine della procedura di selezione (vedi paragrafi precedenti), le stelle di riferimento residue utilizzate per il fit sono in totale 11. Nelle tabelle 8.6 e 8.7 riportiamo i risultati (medi e lungo ξ ed η rispettivamente) ottenuti per ciascuna di esse. Prima di procedere ad un qualsiasi paragone occorre evidenziare che le condizioni di partenza sono molto differenti:

1. l'intervallo temporale differisce di piú di un anno;
2. il numero di notti a disposizione del gruppo dell'USNO è notevolmente inferiore: si parla di 14 immagini contro le 89 da noi acquisite;
3. tutti i frames acquisiti dall'USNO hanno un tempo di esposizione equivalente (300 sec) mentre noi operiamo entro un intervallo di variabilità di ben 550 sec (da un minimo di 50 sec ad un massimo di 600 sec);
4. a differenza dell'USNO le condizioni di seeing in cui ci siamo trovati ad operare non sono state sempre ottimali;

Stella	π (mas)	σ_π (mas)	μ (mas/anno)	σ_μ (mas/anno)
1	*55.9402*	*1.2697*	*806.1956*	*12.9627*
7	15.8271	2.4421	9.8790	9.4410
8	-6.2896	1.6121	4.2445	8.3539
9	-9.2094	1.0325	5.2050	4.5989
12	0.8863	0.8836	3.4110	4.5615
15	-17.7783	1.3968	4.7678	4.9903
19	11.5229	1.7971	9.4192	6.0598
27	-5.2067	1.3356	0.9578	5.3932
29	10.8595	1.0303	7.0593	5.5825
30	-13.4424	2.3138	12.6203	8.2512
33	-3.7895	0.4454	4.9159	2.5166

Tabella 8.6: *Risultati ottenuti con il nostro algoritmo applicato ai dati USNO: valori medi di μ e π, con relative stime d'errore*

Stella	μ_ξ (mas/anno)	σ_{μ_ξ} (mas/anno)	μ_η (mas/anno)	σ_{μ_η} (mas/anno)	π_ξ (mas)	σ_{π_ξ} (mas)	π_η (mas)	σ_{π_η} (mas)
1	*-805.2446*	*12.9762*	*39.1461*	*4.5004*	*48.8775*	*8.8711*	*56.0880*	*1.2830*
7	-4.5336	6.9064	-8.7774	10.0093	3.2955	4.7215	20.4039	2.8534
8	-1.7212	3.0224	3.8798	9.0401	-2.4254	2.0662	-12.3009	2.5771
9	1.5564	2.3246	4.9668	4.7640	-0.9421	1.5892	-15.2474	1.3581
12	1.4276	1.6545	3.0979	4.9643	1.0155	1.1311	0.6841	1.4152
15	3.2952	4.2294	3.4458	5.5963	-1.9299	2.8914	-22.6033	1.5954
19	7.5745	3.7480	-5.5989	8.8443	5.4984	2.5623	17.3560	2.5213
27	0.3144	3.6120	0.9047	5.5699	1.6959	2.4693	-8.0609	1.5879
29	6.0965	6.0863	-3.5590	3.7303	-1.6302	4.1608	11.6754	1.0634
30	-9.2375	7.4139	8.5989	9.1225	1.1769	5.0685	-17.2912	2.6006
33	-4.7724	2.5614	1.1792	1.6157	-5.7547	1.7511	-3.6535	0.4606

Tabella 8.7: *Risultati ottenuti con il nostro algoritmo applicato ai dati USNO: valori di μ e π in componenti ξ ed η, con relative stime d'errore*

5. le esposizioni fatte in Arizona rientrano tutte nei 30 minuti est od ovest dal meridiano mentre quelle di Torino coprono un intervallo doppio;
6. il campo di vista del nostro CCD è notevolmente più grande.

Nonostante le sostanziali differenze nelle condizioni di lavoro, i risultati ottenuti a Torino ed a Flagstaff sono in ottimo accordo. In particolare si riscontra una pressoché totale coincidenza nei valori numerici derivati per gli errori su μ e π.

La tabella 8.8 è relativa ai risultati sulle misure di parallasse e moto proprio per quanto riguarda LHS 2632 e tutte stelle di riferimento, nessuna esclusa. I valori mostrano come siano presenti nel campione di stelle oggetti con moti propri elevati, superiori ai 70 mas/anno (stella 28).

Noi non abbiamo informazioni dirette sulle metodologie applicate dall'USNO per quanto riguarda la determinazione di μ e π e relativi errori, possiamo perciò ragionare basandoci sui risultati numerici in nostro possesso.

Da un primo confronto con il set di stelle di riferimento selezionato dal nostro programma si osserva che:

1) stelle con moti propri evidenti sono state escluse (tabella 8.7), mentre compaiono nel campione preso come riferimento dal gruppo di ricercatori dell'Arizona;

2) il valore di parallasse da noi stimato con i dati USNO risulta inferiore a quello trovato all'OATo, $\sim$ 56 mas, comunque superiore a quello riportato nel rapporto interno USNO in nostro possesso;

3) selezionando oggetti con basso moto proprio e parallasse piccola, il valore di π cresce in modo evidente.

Le conclusioni ovvie sono che il valore di parallasse ottenibile dipende in maniera cruciale dalla scelta del campione di riferimento. Ad esempio, la parallasse di LHS 2632 stimata dall'USNO è stata derivata utilizzando un campione di stelle di riferimento nel quale compaiono oggetti con moto proprio non trascurabile. Questo ha portato alla determinazione di un valore di π inferiore a quello dedotto nell'ambito del programma TOPP (ribadiamo come i dati della tabella 8.7 non presentino valori di μ significativi).

Conviene quindi individuare classi di test finalizzati a privilegiare il numero di stelle da utilizzare quale campione, sebbene a scapito del numero di notti osservative. Tali test sono attuabili in modo più efficace sui nostri dati, potendo noi disporre di un numero di frames notevolmente superiore. Tra le strategie operative che provvederemo ad analizzare in futuro, cercando di non ridurre sensibilmente il range temporale dalla data della prima acquisizione all'ultima, opereremo una selezione dei frames che consenta di eliminare il minor numero possibile di stelle dal set di partenza.

Stella	μ_ξ,μ_η (mas/anno)	π_ξ,π_η (mas)	σ_{μ_ξ},σ_{μ_η} (mas/anno)	σ_{π_ξ},σ_{π_η} (mas)
1	*-791.70923*	*43.396069*	*1.4645932*	*1.1271855*
1	*43.469540*	*50.321613*	*2.7396788*	*0.77455411*
2	4.0526505	-2.1595976	1.9359670	1.4899660
2	15.583741	-3.0797300	2.4084212	0.68090192
3	-9.8871012	2.3656209	1.5047083	1.1580591
3	-12.140772	-3.6551507	6.0526219	1.7111799
4	-28.453690	3.2129767	1.6088011	1.2381714
4	27.146097	-15.415346	6.7294660	1.9025353
5	-4.3551507	1.2196721	0.75241166	0.57907380
5	13.851383	13.077114	3.7706596	1.0660301
6	6.9042430	-3.1946156	3.1200875	2.4012931
6	16.119295	20.330000	20.149488	5.6966054
7	2.3887599	-0.88817531	2.8515589	2.1946271
7	11.801353	14.829591	5.0560603	1.4294349
8	6.1623116	-2.7741683	2.8017881	2.1563223
8	15.862760	-11.268924	9.2589517	2.6176642
9	2.7391376	-2.4255962	1.7119388	1.3175486
9	20.292877	-6.3811455	4.2257276	1.1946856
10	-14.602471	3.1350713	1.1891791	0.91522037
10	-5.7847681	0.33079657	2.8413970	0.80331159
11	-14.880522	4.0693278	1.2725793	0.97940714
11	-7.9365435	-4.5498767	4.1297749	1.1675581
12	3.0146682	-0.96446455	1.1283174	0.86837977
12	18.165871	1.4855624	1.8305047	0.51751503
13	-18.222628	-0.72658259	1.7351064	1.3353789
13	-0.073679291	5.5416641	3.8805062	1.0970856
14	9.2935886	1.0970576	2.4347811	1.8738651
14	27.500828	-1.3792691	3.6800155	1.0404034
15	5.0672097	1.0039387	0.71348287	0.54911328
15	6.9732556	-9.1359091	2.2363154	0.63224466
16	-7.9285822	-1.5034825	3.1546874	2.4279220
16	-8.0516987	-0.50737274	7.9268419	2.2410540
17	-5.3182263	1.0048550	1.7360287	1.3360888
17	-16.569771	2.6348867	5.8363922	1.6500480
18	3.5654037	-6.9331999	5.2910219	4.0720956
18	1.6464406	7.2526631	12.809941	3.6215897
19	12.527665	6.2246008	2.7610095	2.1249382
19	1.9721959	4.7998438	5.6057870	1.5848520
20	-34.544754	5.7844110	0.81333369	0.62596084
20	3.8595779	7.9805984	4.8916893	1.3829644
21	49.780071	5.2758746	0.92144073	0.70916257
21	-38.732540	2.3953991	4.7704131	1.3486775
22	-5.9550667	-4.8071513	3.5693086	2.7470243
22	10.926774	-2.8124976	8.7193762	2.4651170
23	3.0141540	-5.5415235	3.0279577	2.3303878
23	18.729307	-13.559436	13.698121	3.8726933
26	-11.933743	2.0536902	1.4933802	1.1493407
26	-80.295731	-4.0070853	4.9218087	1.3914796
27	1.6259319	-0.61121452	2.5730623	1.9802896
27	16.159040	0.57248265	2.9812708	0.84285633
28	33.057991	-0.40931204	2.6904859	2.0706615
28	-76.409462	8.7529144	3.5467008	1.0027131
29	8.1305132	-0.51896709	0.97303994	0.74887455
29	10.102289	5.9034762	4.0896597	1.1562169
30	-3.5692124	-0.88429117	1.8735343	1.4419163
30	7.8243756	-12.577566	4.6193544	1.3059706
33	8.3268423	-2.1047597	1.6023103	1.2331759
33	1.4774910	-7.5576749	6.3318430	1.7901205

Tabella 8.8: *Risultati ottenuti con l'intero set di stelle di riferimento dell'USNO, inclusa quella di parallasse*

Conclusioni

Sono passati 20 anni dalla prima ed unica misura di distanze stellari prodotta dall'Osservatorio Astronomico di Torino (OATo).

In questo lavoro di tesi abbiamo presentato tre nuove stime di parallassi trigonometriche relative, le prime fornite dal programma TOPP (TOrino Parallax Program), varato nel 1994 e prossimo alla sua conclusione. I risultati ottenuti ci consentono di affermare con certezza che il ruolo dell'OATo nell'ambito di questo specifico settore delle scienze astronomiche è di punta, al pari dei più importanti siti osservativi al mondo.

Le stime dirette di distanze stellari ottenute per le tre nane rosse di classe spettrale M che abbiamo analizzato (LHS 2632, LHS 254, LHS 1547) costituiscono il risultato principe di questo lavoro: esse devono senza dubbio considerarsi misure ad alta precisione.

L'obiettivo che il programma TOPP si era prefisso è stato infatti pienamente conseguito: la precisione sulla determinazione delle parallassi trigonometriche di stelle deboli vicine risulta contenuta nell'intervallo 1-3 millesimi di secondo d'arco (mas).

L'utilizzo di una buona camera CCD, che garantisce l'acquisizione di un garnde numero di immagini di elevata qualità, un attento controllo delle possibili fonti d'errore sistematico, che consente di effettuare un'accurata calibrazione dei dati osservativi, la scelta di una procedura operativa per l'analisi dei dati improntata a criteri di assoluta generalità: questi sono gli elementi chiave che ci hanno permesso di raggiungere un obiettivo di prim'ordine.

I primi risultati del programma TOPP presentati in questo lavoro sono tali da far ritenere certamente di punta la ricerca in atto di svolgimento presso l'OATo: l'ampiezza e rilevanza del programma sono paragonabili a quelle di altri progetti in corso presso altri importanti Osservatori (USNO), nondimeno l'elevata precisione conseguita nella stima delle distanze stellari è tale da porre il programma TOPP in valida competizione con le misure effettuate dal satellite HIPPARCOS, prima missione di astrometria globale europea dallo spazio, operativo nel periodo 1989-'92 e la cui accuratezza finale sulle misure è dell'ordine di 1 mas sulla determinazione delle parallassi trigonometriche assolute di oggetti brillanti.

Bibliografia

[1] R. M. Green, 1988, *Spherical astronomy*, Cambridge University Press;

[2] F. D. A. Hartwick, A. P. Cowley, J. R. Mould, 1984, "*Studies of late-type dwarfs. VI. Identification of population II main-sequence stars at $M_v = +14$*", The Astrophysical Journal, **286**, 269;

[3] C. Jaschek & M. Jaschek, 1987, *The classification of stars*, Cambridge University Press

[4] J. D. Kirkpatrick, T. J. Henry, J. Liebert, 1993, *The unique spectrum of the brown dwarf candidate GD 165B and comparison to the spectra of other low-luminosity objects*", The Astrophysical Journal, **406**, 701;

[5] J. D. Kirkpatrick, D. W. McCarthy, Jr., 1994, "*Low mass companions to nearby stars: spectral classification and its relation to the stellar/substellar break*", The Astronomical Journal, **107**, 333;

[6] J. D. Kirkpatrick, T. J. Henry, D. A. Simons, 1995, *The solar neighborhood. II. The first list of dwarfs with spectral types of M7 and cooler*", The Astronomical Journal, **109**, 797;

[7] J. Liebert, C. C. Dahn, M. Gresham, P. A. Strittmatter, 1979, *New results from a survey of faint proper-motion stars: a probable deficiency of very low luminosity degenerates*", The Astrophysical Journal, **233**, 226;

[8] T. E. Lutz, 1978, "*Statistics and parallaxes*", in *Modern astrometry*, Internal astronomical colloquium n. 48, 7;

[9] D. G. Monet, C. C. Dahn, 1983, "*CCD astrometry. I. Preliminary results from the KPNO 4-M/CCD parallax program*", The Astronomical Journal, **88**, 1489;

[10] D. G. Monet, C. C. Dahn, F. J. Vrba, H. C. Harris, J. R. Pier, C. B. Luginbuhl, A. D. Ables, 1992, "*U.S. Naval Observatory CCD parallaxes of faint stars: 1. Program description and first results*", The Astronomical Journal, **103**, 638;

[11] D. G. Monet, 1992, "*Introduction to CCD astrometry*", in Astronomical CCD observing and reduction techniques, Astronomical Scociety of the Pacific Conference Series, **23**, 221;

[12] R. Pannunzio, 1979, "*Parallasse, moti propri, rapporto masse di sistemi binari visuali fotografici ottenuti con il riflettore astrometrico di 105 cm dell'Osservatorio di Torino*", Rapporto interno OATo n. 2/79;

[13] G. Silvestro, 1989, *Astronomia*, La Scientifica Editrice, Torino;

[14] R. L. Smart et al., 1994, *The Torino Observatory Parallax Program (TOPP)*;

[15] R. L. Smart, M. G. Lattanzi, R. Drimmel, 1995, "*Spectroscopic parallaxes in determining the corrections of relative to absolute parallax*", rapporto interno OATo;

[16] R. C. Stone, 1984, "*The effect of differential color refraction on declinations determined in meridian circle programs*", Astronomy & Astrophysics, **138**, 275;

[17] K. A. Strand, 1974, "*Trigonometric parallaxes with reflectors*", Proceedings of the Astrometric Conference held in connection with the dedication of the 41-inch astrometric reflector of the Observatory of Torino, 21;

[18] C. G. Tinney, 1993, "*The faintest stars: trigonometric CCD parallaxes*", The Astronomical Journal, **105**, 1169;

[19] C. G. Tinney, J. Gizis, J. R. Mould, I. N. Reid, 1995, "*Trigonometric parallaxes and the HR diagram at the bottom of the main sequence*", The Astronomical Journal, **110**, 3014;

[20] C. G. Tinney, 1996, "*CCD astrometry of southern very low-mass stars*", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **281**, 644;

[21] W. F. van Altena, 1971, "*Trigonometric parallaxes determined with the Yerkes Observatory 40-inch refractor. I. Methods of observation, measurement, and reduction, and the first results*", The Astronomical Journal, **76**, 932;

[22] N. Zacharias, 1996, "*Measuring the atmospheric influence on differential astrometry: a simple method applied to wide-field CCD frames*", Publications of the Astronomical Society of the Pacific, **108**, 1135

Ringraziamenti

Ad Alessandro Sozzetti e Richard Smart:

GRAZIE!!